Lección 4: Generación de ondas electromagnéticas

Resumen

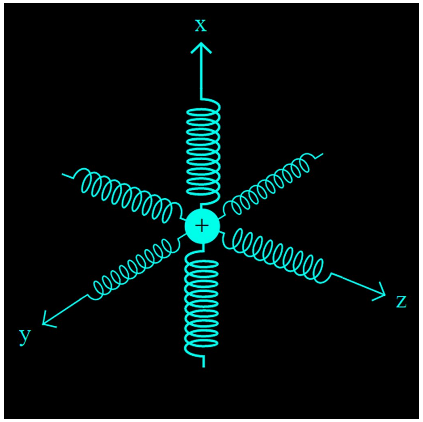
Los campos eléctricos o magnéticos pueden existir individualmente o estar acoplados entre sí. En este caso, se denomina campo electromagnético u onda electromagnética. Éstas deben su aparición a cargas eléctricas aceleradas o desaceleradas fuera o dentro de conductores. En este sentido, se utilizan antenas que irradian ondas electromagnéticas. Ejemplos típicos son las ondas de radio, las ondas de radar o la radiación solar. La onda electromagnética se propaga en el vacío con la velocidad de la luz.

Tabla de contenidos

Oscilaciones electromagnéticas

Las oscilaciones electromagnéticas, observables en forma de la luz, se originan a menudo desde fuentes luminosas térmicas. Estas fuentes pueden imaginarse clásicamente como una colección de muchos osciladores atómicos.

Como modelo sirve un electrón orbitando un núcleo masivo y estacionario. Se supone que el electrón está conectado al núcleo a través de (hipotéticos) resortes. Una pequeña amortiguación (amortiguación por radiación) hace que la amplitud quede finita en el caso de la frecuencia de resonancia. Como en la mecánica, se puede aplicar la misma ecuación diferencial derivada de la ley de Newton.

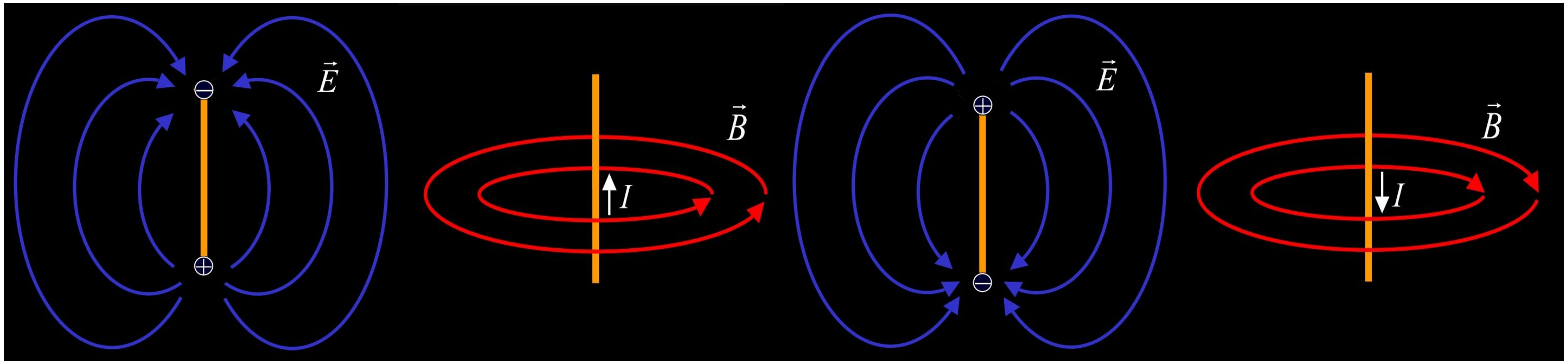


(Para modelar la anisotropía, los electrones se pueden conectar al núcleo atómico con resortes de diferente fuerza.)

La idealización de un emisor de ondas electromagnéticas consiste en un dipolo (también llamado dipolo hertziano en honor a su inventor) con su radiación dipolar.

Radiación de energía (1)

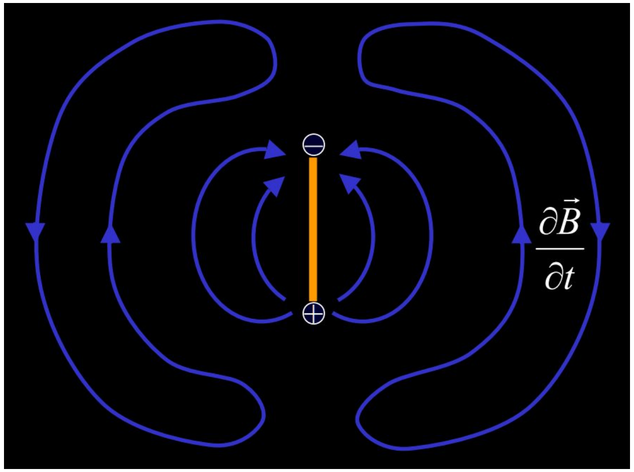
La formación del campo eléctrico y magnético puede representarse en 4 fases, es decir, en 4 cuartos de longitud de onda. En cuanto el momento dipolar eléctrico se hace más pequeño, pasa por cero y luego cambia la polaridad, las líneas de campo se cierran por sí mismas.

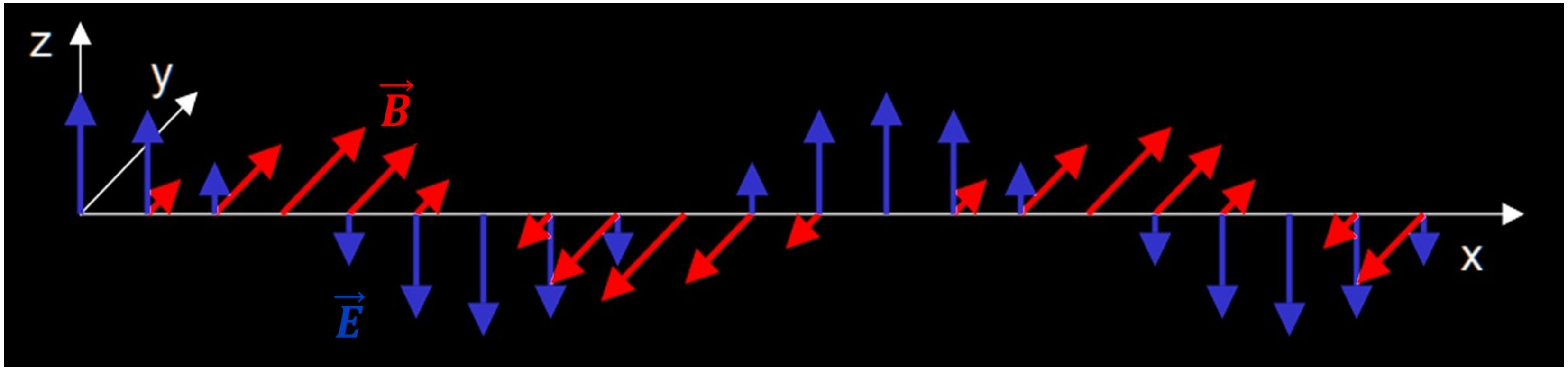


Si la frecuencia es tan alta que la propagación con la velocidad de la luz durante media longitud de onda corresponde a la longitud del dipolo, el cambio temporal de los campos $(\vec{E}, \vec{B})$ se asocia también con una modulación espacial, es decir, las líneas de los campos se cierran y se propagan en el espacio. Lejos del dipolo, se forma una longitud de onda fija. Los campos eléctrico y magnético son transversales y mutuamente perpendiculares.

Radiación de energía (2)

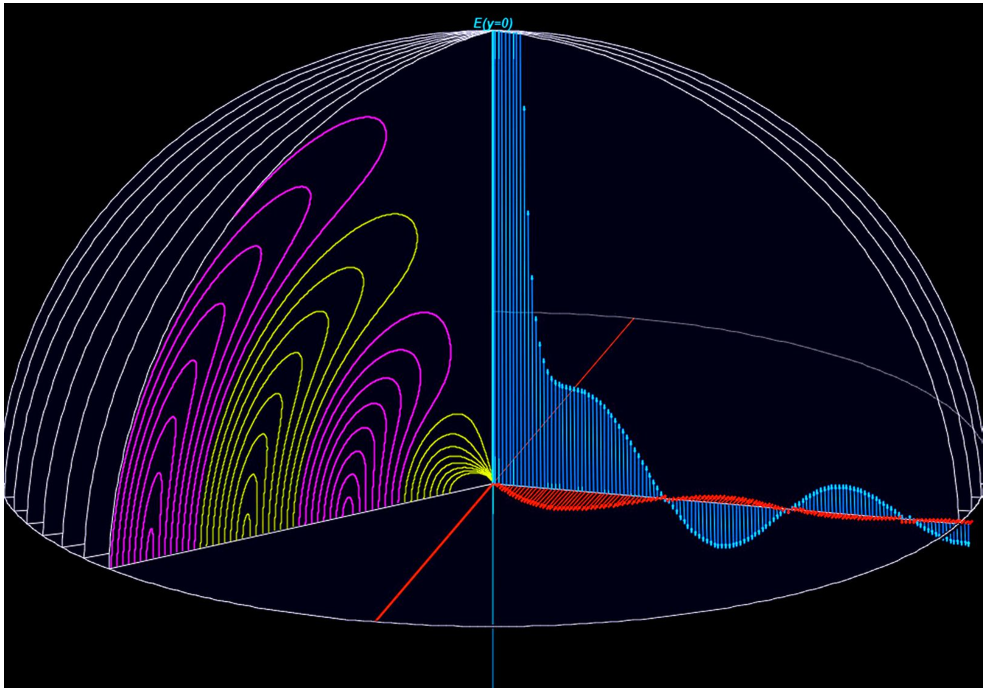
El cambio temporal del campo magnético genera un vórtice en el campo eléctrico y, por tanto, cierra las líneas de campo. Así, el campo eléctrico existe sin la presencia de cargas y puede alejarse del dipolo. El campo cercano inmediato está inducido por las cargas y las corrientes. En el campo lejano, los propios campos se generan mutuamente a través de su cambio temporal. La ilustración muestra las magnitudes de los campos en un eje perpendicular al dipolo en las proximidades del mismo.





Campo dipolar y dipolo oscilante

En las inmediaciones de un dipolo eléctrico, el campo electrostático domina según la distribución instantánea de la carga (campo eléctrico $E_{dipolo} \sim {}^{1}/_{r^3}$) todavía sin campo magnético (campo magnético $B_{dipolo} = 0$). Sólo a corta distancia comienza a desarrollarse un campo magnético debido a la inducción. Esta distancia del dipolo se denomina campo cercano. A una distancia del dipolo mayor que la longitud de onda emitida, sólo está presente el campo electromagnético, con las componentes eléctrica y magnética perpendiculares entre sí y oscilando perpendicularmente a la dirección de propagación.



Potencia radiante de un dipolo (1)

La energía de radiación de un campo electromagnético depende únicamente de la aceleración de la carga eléctrica del dipolo.

$$Energía_{radiación\ dipolar} \sim \ddot{p}$$

p: $momento\ dipolar = e \cdot d$
$\ddot{p}$: aceleración del dipolo, 2ª derivada del tiempo
e: carga (electrón)
d: extensión del dipolo, amplitud de la oscilación

A partir de las ecuaciones de Maxwell y las unidades de medida en la física experimental (m, kg, s), la energía radiada es:

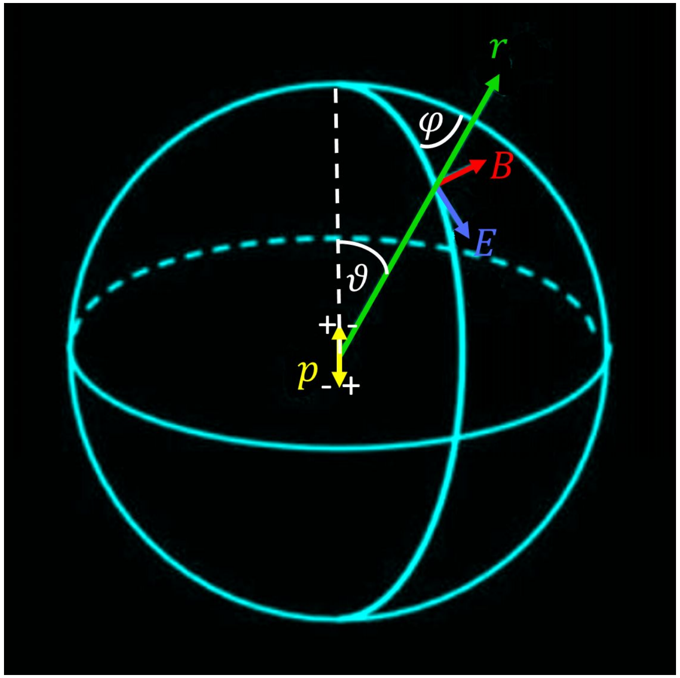
$$Energía_{radiación\ dipolar} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^3} \cdot \ddot{p}$$

Para una onda electromagnética, la relación es válida para el campo eléctrico E y el campo magnético B :

$$\frac{E}{B} = c \quad ; \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \quad ; \quad c\text{: } velocidad\ de\ la\ luz$$

Potencia radiante de un dipolo (2)

En el punto de observación r de un dipolo oscilante resulta para el campo magnético B y el campo eléctrico E:



$$B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^3} \cdot \frac{1}{r} \cdot \ddot{p} \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{\varphi}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \ddot{p} \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{\vartheta}$$

$\vec{x}$: *vector unitario*

La potencia radiante por área (=intensidad I) del dipolo se calcula mediante el vector de Poynting S.

$$S = E \cdot \frac{B}{\mu_0} \quad ; \quad por\ E \perp B$$

Potencia radiante de un dipolo (3)

$$I(r) = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \cdot \mu_0 \cdot c^5} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \ddot{p}^2 \cdot \sin^2\vartheta \cdot \vec{r}$$

$$I(r) = \frac{1}{16 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^3} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \ddot{p}^2 \cdot \sin^2\vartheta \cdot \vec{r}$$

La potencia radiante total emitida se calcula a partir de la integración sobre la superficie de la esfera en coordenadas polares.

$$I = \int\limits_{\substack{superficie \\ esférica}} I(r) \cdot r^2 \cdot \sin\vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi$$

$$I = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{\ddot{p}^2 \cdot \sin^2\vartheta}{16 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^3} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot r^2 \cdot \sin\vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi$$

Potencia radiante de un dipolo (4)

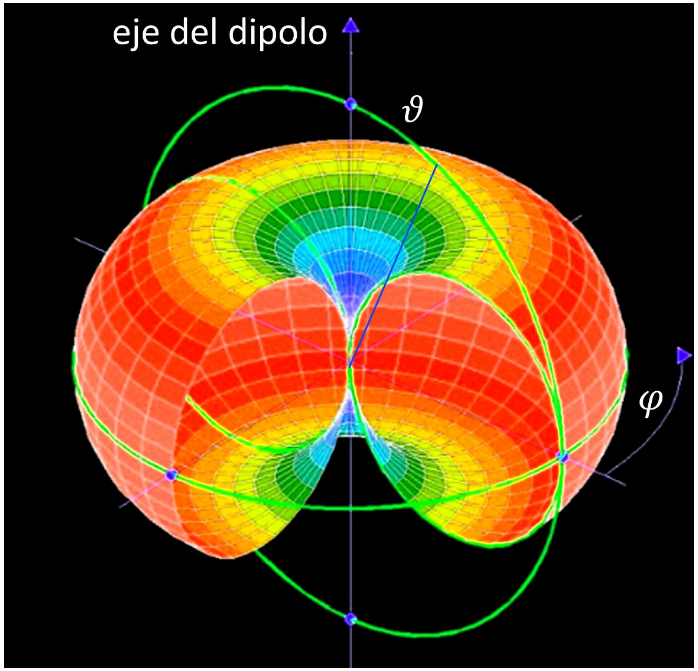
$$I = \frac{\ddot{p}^2 \cdot 2\pi}{16 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^3} \cdot \int_0^{\pi} \sin^3 \vartheta \cdot \, d\vartheta$$

La integración puede calcularse en la forma $(\sin \vartheta \cdot \sin^2 \vartheta)$ y por la sustitución $(u = \cos \vartheta)$.

$$I = \frac{\ddot{p}^2 \cdot 2\pi}{16 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^3} \cdot \left(\frac{\cos^3 \vartheta}{3} - \cos \vartheta \right)_0^{\pi}$$

$$I = \frac{\ddot{p}^2 \cdot 2\pi}{16 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^3} \cdot \frac{4}{3}$$

$$I = \frac{2}{3} \cdot \frac{\ddot{p}^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}$$

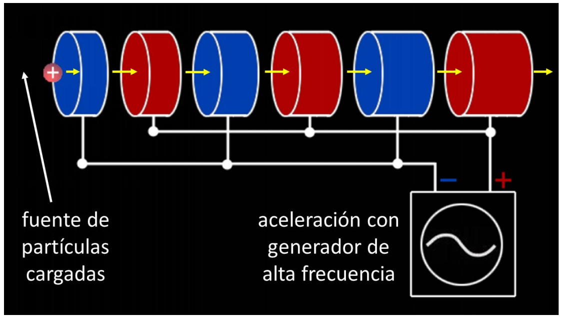


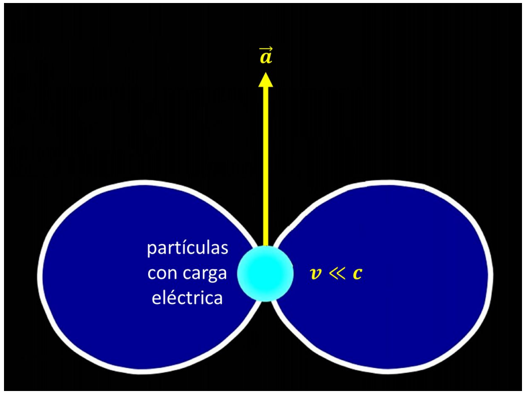
Fórmula de Larmor

Si las partículas cargadas eléctricamente, por ejemplo, los electrones con carga e, se aceleran o desaceleran, emiten una potencia radiante I al ambiente. Para la aceleración a del momento dipolar se aplica:

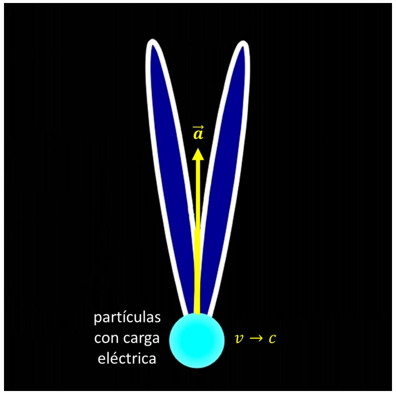
$$\ddot{p} = e \cdot \ddot{d} = e \cdot a$$

$$I = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot a^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}$$





Esta ecuación se denomina fórmula de Larmor. Se utiliza en la física de partículas para calcular la pérdida de energía en aceleradores lineales y circulares. Si la velocidad de las partículas cargadas se aproxima a la velocidad de la luz, la radiación se desplaza hacia delante.



Dipolo oscilante armónicamente (1)

Si un dipolo realiza un movimiento armónico, por ejemplo, cuando se excita una antena con corriente alterna sinusoidal, se puede calcular el promedio temporal de la potencia radiada.

$$p = p_0 \cdot \sin \omega t$$
$$\ddot{p} = -p_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t$$
$$\ddot{p}^2 = p_0^2 \cdot \omega^4 \cdot \sin^2 \omega t$$
$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} \quad ; \quad \textit{promedio temporal}$$
$$\ddot{p}^2 = \frac{1}{2} \cdot p_0^2 \cdot \omega^4$$
$$I = \frac{2}{3} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot p_0^2 \cdot \omega^4}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}$$

Potencia radiada de un dipolo o antena:

$$I = \frac{1}{3} \cdot \frac{p_0^2 \cdot \omega^4}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}$$

Dipolo oscilante armónicamente (2)

Excepto por una constante, la siguiente relación se aplica a la potencia radiada (=intensidad) emitida por una antena o la radiación dispersada de las moléculas de aire debido a la excitación de la luz solar.

$$I \sim \nu^4 \quad respectivamente \quad I \sim \frac{1}{\lambda^4}$$

En consecuencia, la luz azul de onda corta de $350\ nm$ se dispersa 16 veces más fuerte que la luz roja de $700\ nm$. Por lo tanto, cuando el sol sale o se pone cerca del horizonte, aparece rojo y el cielo de color azul.

Amortiguación de la radiación (1)

Si los átomos se excitan por la absorción de luz de una determinada longitud de onda, emiten de nuevo la misma energía y vuelven al estado básico. En el caso de las transiciones ópticas en átomos, esto puede observarse como fluorescencia de resonancia. La emisión de radiación amortigua el proceso, ya que de lo contrario el sistema de resonancia se destruiría con una excitación cada vez más intensa. La amortiguación es un efecto retroactivo como consecuencia de la radiación en el campo cercano. Sólo a una distancia de unas pocas longitudes de onda se aleja el campo electromagnético alterno sin amortiguación hacia su fuente que es el rango del campo lejano. Debido a la potencia electromagnética emitida, una carga acelerada pierde energía, momento y momento angular, es decir, el movimiento se desacelera y se acaba. Para calcular la amortiguación, se considera el dipolo hertziano en el que un electrón realiza una oscilación armónica. El momento dipolar equivale al movimiento circular de un electrón.

$$p_0 = e \cdot r$$

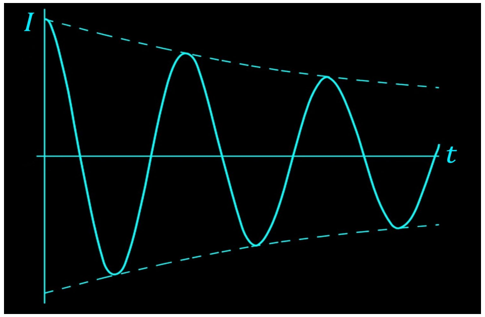
r: radio orbital

Amortiguación de la radiación (2)

El momento dipolar se inserta en la potencia radiante obtenida anteriormente.

$$I_{dipolo} = \frac{1}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot r^2 \cdot \omega^4}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}$$

Para calcular el amortiguamiento de la radiación de un oscilador armónico, se supone que la pérdida de energía debida a la radiación es muy pequeña. De este modo, se puede promediar un gran número de oscilaciones a lo largo del tiempo de radiación, $t_{radiación}$.



$$t_{radiación} \gg T \quad ; \quad T = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2\pi \cdot \nu}$$

T: un periodo de tiempo de oscilación

$$t_{radiación} \cdot \omega \gg 1$$

La pérdida media de energía así determinada hace disminuir exponencialmente la amplitud, es decir, la intensidad de radiación de la oscilación del dipolo.

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\gamma \cdot t}$$

γ: constante de amortiguación

Amortiguación de la radiación (3)

El amortiguamiento de radiación γ es la pérdida de energía causada por la emisión de radiación electromagnética del dipolo. Este decrecimiento es proporcional a la potencia radiada e indirectamente proporcional a la energía almacenada en el dipolo. La energía almacenada en el dipolo es su energía cinética E_{cin} de su trayectoria orbital, que puede considerarse constante en virtud de la condición: $t_{radiación} \cdot \omega \gg 1$

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$$

Como consecuencia, la ecuación de las relaciones proporcionales expresa la constante de amortiguación en la dimensión del tiempo recíproco.

$$\gamma = \frac{I_{dipolo}}{E_{dipolo}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot r^2 \cdot \omega^4}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}}{\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2}$$

Amortiguación de la radiación y ancho natural de una línea espectral (1)

La velocidad orbital puede expresarse mediante la frecuencia angular: $v = \omega \cdot r$

$$\gamma = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot r^2 \cdot \omega^4}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3}}{\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \omega^2 \cdot r^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot \omega^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3 \cdot m_e}$$

En la imagen clásica de la emisión de luz de los átomos (o las moléculas), la amortiguación de la radiación limita la duración temporal del proceso de emisión y, por tanto, conduce a un cierto ancho natural de una línea espectral emitida. En el intervalo de frecuencia $|\omega_0 - \omega| = \frac{\gamma}{2}$, la intensidad ha disminuido a la mitad de la intensidad máxima. De ahí se deduce el ancho natural de una línea espectral en forma de la longitud de onda.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = T \cdot \gamma = \frac{1}{\omega} \cdot \gamma$$

Amortiguación de la radiación y ancho natural de una línea espectral (2)

El ancho natural de una línea espectral es:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{\omega} \cdot \gamma = \frac{\lambda}{\omega} \cdot \frac{2 \cdot e^2 \cdot \omega^2}{3 \cdot 4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3 \cdot m_e} = \frac{e^2}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^2 \cdot m_e} = 1.18 \cdot 10^{-5}\, nm$$

El resultado muestra que el ancho es independiente de la longitud de onda. El tiempo de disminución de la intensidad hasta el valor numérico ${}^{1}/_{e} = 0.37$ se obtiene a partir de la constante de amortiguación γ.

$$t_{radiación} = \frac{1}{\gamma}$$

$$t_{radiación} = \frac{1}{\gamma} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 \cdot c^3 \cdot m_e}{e^2 \cdot \omega^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot c \cdot m_e}{e^2 \cdot \pi} \cdot \lambda^2 = 1.13 \cdot 10^{-8}\, s$$

Por ejemplo, en el rango de la luz visible con $\nu = 6 \cdot 10^{14}\ Hz$ corresponde a una longitud de onda $\lambda = 500\ nm = 0.5 \cdot 10^{-6}\ m$. La emisión de una línea espectral con su ancho natural se consigue con láseres. El tren de ondas tiene una longitud l y representa la longitud de coherencia: $l = c \cdot t_{radiación} \approx 3\ m$

Amortiguación de la radiación y ancho natural de una línea espectral (3)

Queda por comprobar si la suposición de poca amortiguación de la radiación es válida para los dipolos.

$$t_{radiación} \cdot \omega \gg 1 \quad \rightarrow \quad t_{radiación} \cdot 2\pi \cdot c \cdot \frac{1}{\lambda} \gg 1$$

$$\frac{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot c \cdot m_e}{2 \cdot e^2 \cdot \pi} \cdot \lambda^2 \cdot 2\pi \cdot c \cdot \frac{1}{\lambda} \gg 1$$

$$\frac{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot m_e \cdot c^2}{e^2} \cdot \lambda \gg 1$$

$$8.5 \cdot 10^{13} \cdot 500 \cdot 10^{-9} \gg 1$$

$$\approx 10^5 \cdot 500 \gg 1$$

No sólo se cumple el requisito previo, sino que la longitud de onda podría ser ${}^{1}/_{100\,000}$ menor para cumplir esta condición. Esto indica que el modelo simple de un electrón ligado por un resorte al núcleo atómico conserva su validez hasta el rango de los rayos-X o incluso de los rayos gamma.

Amortiguación de la radiación y la relación de incertidumbre

La confirmación experimental del tiempo de vida de un átomo excitado aparece en el gas ionizado en forma de la longitud de trayectoria medible de los rayos canales.
Desde el punto de vista actual de la teoría cuántica, el ancho natural de una línea espectral es determinado por la incertidumbre de los niveles de energía del átomo. Ésta depende de los tiempos de decaimiento (vida media) y debe cumplir la relación de incertidumbre según Heisenberg.

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta \nu \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \frac{c}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2\pi}$$

$$\Delta\lambda \geq \frac{\lambda^2}{2\pi \cdot c \cdot \Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda \geq 1.17 \cdot 10^{-5}\, nm \quad ; \quad para\ \lambda = 500\, nm$$

Así pues, la descripción clásica también satisface en gran medida el principio de incertidumbre.

Amortiguación de la radiación y los efectos relativistas

La perspectiva clásica basada en el modelo de un oscilador hertziano proporciona resultados que se confirman experimentalmente, al menos en el caso de la emisión de ondas electromagnéticas y su efecto retroactivo desde el campo cercano al dipolo oscilante.

Todas partículas cargadas aceleradas emiten ondas electromagnéticas que influyen el campo externo y, por tanto, también el desarrollo de la trayectoria debido al efecto retroactivo de la radiación (= amortiguación de la radiación). Las partículas atómicas cargadas alcanzan velocidades próximas a la de la luz ya con baja absorción de energía, por lo que para describirlas hay que tener en cuenta los efectos relativistas. Para ello existen dos enfoques de ecuaciones de movimiento para cargas puntuales aceleradas, que tienen en cuenta el efecto retroactivo de la partícula consigo misma. Sin embargo, ninguna de estas teorías (Landau-Lifschitz y Abraham-Lorentz-Dirac) conduce a una descripción satisfactoria, sino a problemas fundamentales. Es decir, el diseño y la construcción de los campos eléctricos y magnéticos de los sistemas aceleradores requieren un procedimiento semiempírico.