

# Lección 8: La luz como instrumento de precisión

## Resumen

El efecto Doppler para la luz es de gran importancia en la astronomía. Se utiliza para medir la velocidad a la que las estrellas y galaxias se acercan o se alejan de la Tierra. Otra aplicación es la detección de planetas extrasolares. Esto implica la medición de cambios diminutos en la velocidad radial del espectro de los soles que tienen planetas orbitándolos. Sin embargo, todo esto se hace por escalas extremadamente pequeñas y requiere instrumentos de medición óptica increíblemente precisos.

## Tabla de contenidos

- Folio 2 – 4: Corrimiento al rojo gravitacional (1-3)
- Folio 5: Los componentes del corrimiento al rojo
- Folio 6: Planeta extrasolar
- Folio 7: La magnitud del efecto Doppler del movimiento pendular de las estrellas
- Folio 8 – 9: El láser de onda continua y sus modos (1-2)
- Folio 10: El láser de pulso y sus modos
- Folio 11: El efecto del autoenfoque
- Folio 12: El acoplamiento de los modos
- Folio 13 – 14: El ancho de banda del láser de pulso (1-2)
- Folio 15: La modulación de la amplitud del espectro del láser
- Folio 16: El láser de luz blanca
- Folio 17: La intensidad de los modos de oscilación
- Folio 18: El peine de frecuencias ópticas
- Folio 19: Análisis espectral de la más alta precisión
- Folio 20: El límite de resolución y sus aplicaciones

# Corrimiento al rojo gravitacional (1)

El corrimiento gravitacional al rojo es un cambio en la longitud de ondas electromagnéticas al pasar a través de un potencial gravitacional. Es una consecuencia de la equivalencia de energía y masa según Einstein:  $E = mc^2$ . El corrimiento gravitacional al rojo puede explicarse como una dilatación gravitacional del tiempo. Si el receptor está más lejos del centro de una masa que la fuente de luz (emisor), se observa un corrimiento de las longitudes de onda al rojo. Si el receptor está más cerca del centro de la masa que la fuente de luz, es decir, entre la masa y el emisor, se observa un corrimiento al azul.

El valor  $z$  del cambio relativo de la longitud de onda debido a la propagación de la luz en un campo gravitatorio se obtiene por la distancia recorrida en el potencial gravitatorio.

$$z = \frac{\lambda_{receptor} - \lambda_{emisor}}{\lambda_{emisor}} = \frac{\lambda_{receptor}}{\lambda_{original}} - 1 = \frac{h \cdot c}{\lambda_o} \cdot \frac{\lambda}{h \cdot c} - 1$$

$$\frac{h \cdot c}{\lambda_o} = E_0 \quad \frac{\lambda}{h \cdot c} = \frac{1}{E} \quad E: \text{energía}$$

# Corrimiento al rojo gravitacional (2)

En caso de un corrimiento al rojo:

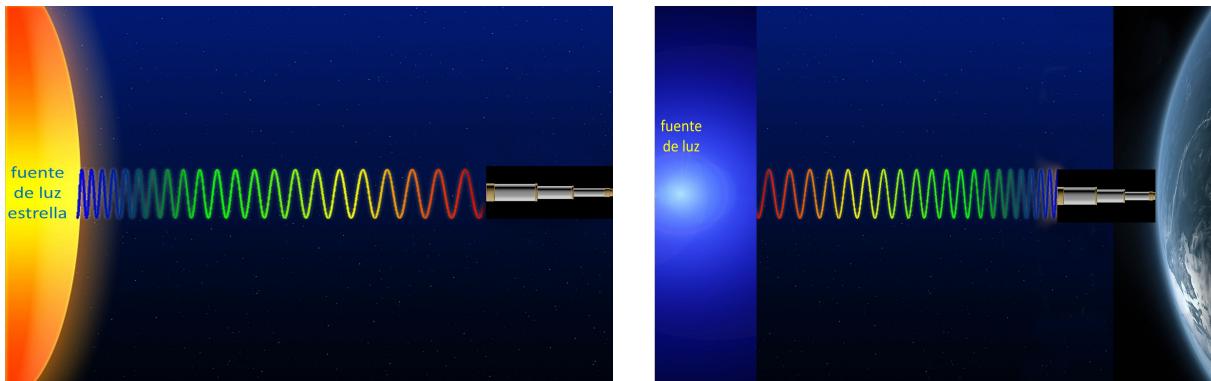
$$z = \frac{E_0}{E} - 1 = \frac{mc^2 - \left( -\frac{G \cdot M \cdot m}{r} \right)}{mc^2} - 1$$

$\left( -\frac{G \cdot M \cdot m}{r} \right)$ : potencial gravitacional

$r$ : distancia del centro de un objeto gravitatorio esférico no giratorio

$M$ : masa gravitacional

$$z = \frac{G \cdot M}{c^2 \cdot r}$$



# Corrimiento al rojo gravitacional (3)

Las estrellas de extrema densidad requieren una ecuación más precisa. Para masas como la Tierra, el Sol o estrellas similares, el corrimiento gravitacional al rojo es relativamente pequeño. A partir de la masa y el radio, el efecto puede ser bien calculado.

Objeto	Masa [kg]	Radio [km]	Densidad [g/cm³]	$z$
Tierra	$5.974 \cdot 10^{24}$	6371	5.5	$7 \cdot 10^{-10}$
Sol	$1.99 \cdot 10^{30}$	695300	1.4	$2.1 \cdot 10^{-6}$
Estrella del tipo enana blanca	$\sim 1.95 \cdot 10^{30}$	$\sim 6000$	$2.4 \cdot 10^6$	$2.4 \cdot 10^{-4}$

A propósito: El corrimiento gravitacional al rojo contesta la pregunta de la Lección 1: Al salir del campo gravitacional (hacia arriba), la energía de la luz disminuye; este corrimiento al rojo tiene como consecuencia que no pueda ser absorbida por los átomos de la cinta transportadora, por lo que la velocidad de rotación se detiene después de un corto tiempo.

# Los componentes del corrimiento al rojo

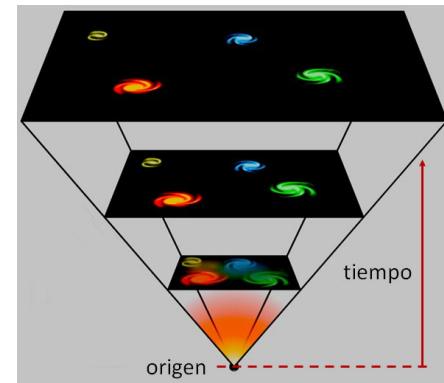
El corrimiento hacia el rojo está compuesto por 3 componentes.

$$z_{total} = z_{Doppler} + z_{Hubble} + z_{Gravitación}$$

$z_{Doppler}$ : causada por la velocidad relativa con la que una fuente de luz se aleja del observador.

$z_{Hubble}$  : causado por la expansión del espacio según la teoría cosmológica

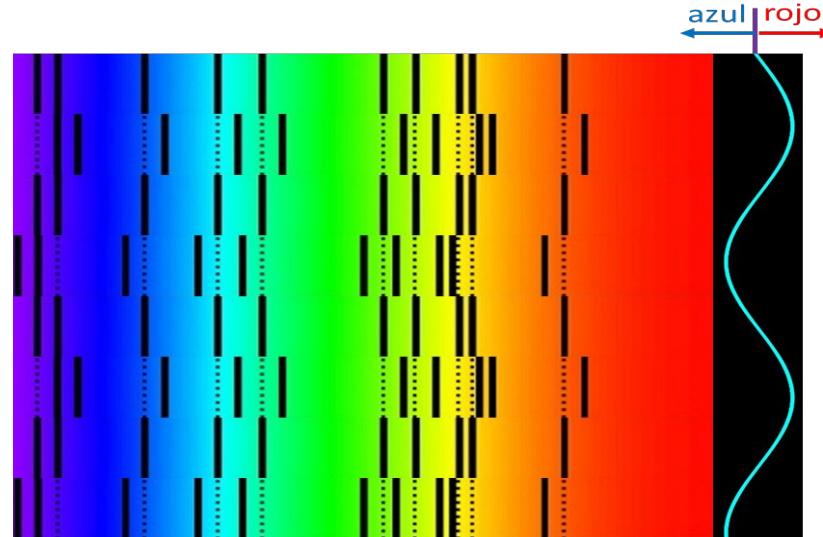
No es posible distinguir entre los dos efectos,  $z_{Doppler}$ ,  $z_{Hubble}$ , sobre la base de un desplazamiento de la longitud de onda de las líneas espectrales. Esto sigue siendo una cuestión de interpretación de los modelos.



$z_{Gravitación}$ : causado por diferentes potenciales gravitacionales de la fuente de luz y el observador (escapar de un campo gravitacional)

# Planeta extrasolar (1)

Los planetas se mueven en una trayectoria orbital alrededor de una estrella central (sol) debido a la gravedad. El movimiento de rotación se realiza alrededor del centro común de masa. Esto también hace que la estrella central haga un movimiento orbital, que es muy pequeño debido a su mayor masa. Si no se mira exactamente perpendicular a este plano orbital desde la Tierra, el espectro de luz con este movimiento periódico de la estrella muestra un corrimiento alternado al azul y al rojo.



# La magnitud del efecto Doppler del movimiento pendular de las estrellas

La velocidad Doppler de una estrella alrededor del centro común de masa es del orden de 1 m/s. Esto requiere un poder de resolución espectral con respecto a la longitud de onda en el rango visible ( $v \ll c$ ) :

$$\Delta\lambda = \lambda \cdot \frac{v}{c} \approx 600 \text{ nm} \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

con respecto a la frecuencia en el rango visible:

$$\Delta\nu = v \cdot \frac{\nu}{c} \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^8} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 2 \text{ MHz}$$

El cambio de longitud de onda a medir corresponde aproximadamente al diámetro de un protón. Tal rango es difícil de alcanzar por mediciones. Por otro lado, el cambio de frecuencia estaría en el rango de las ondas de radio. Estas frecuencias son relativamente fáciles de medir y procesar electrónicamente. Por lo tanto, la pregunta es: ¿ cómo se pueden medir los cambios de frecuencia de unos MHz cerca de  $10^{15} \text{ Hz}$  ?

# El láser de onda continua y sus modos (1)

La respuesta es: un cambio de frecuencia tan pequeño puede transformarse del rango visible al rango de las ondas de radio usando el principio de un peine de frecuencias ópticas. El principal componente de ese dispositivo es un láser como fuente de luz coherente, que emite pulsos periódicos de duración extremadamente corta.

Adecuado para la operación por pulsos es, por ejemplo, un láser de titanio:zafiro (el corindón,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , dopado con 0.04% de  $\text{Cr}^{3+}$  se llama rubí, dopado con 0.1% de  $\text{Ti}^{3+}$  se llama zafiro).

Para un mejor entendimiento, se tratarán primero algunas características de los láseres y sus diferentes modos de operación.

En un láser que emite un haz de láser continuo, se forman ondas estacionarias en un resonador que consiste en 2 espejos opuestos. Por ejemplo, es bien conocido el láser de helio-neón con una longitud de onda de 632.8 nm y un ancho de línea espectral de 0.002 nm. Dentro de este rango espectral (ancho de banda de la ganancia del láser), los estados de oscilación, llamados modos, existen como ondas estacionarias en múltiples de  $\lambda/2$  entre los espejos.

# El láser de onda continua y sus modos (2)

Con una longitud del tubo de descarga de gas de 1 m esto resulta en n-modos (= ondas estacionarias) con un ancho de  $\Delta\lambda$ .



$$n = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{L}{\frac{\lambda}{2}}$$

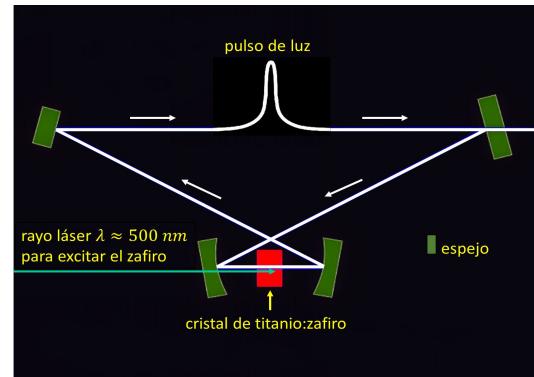
$L$ : longitud del resonador = distancia entre los espejos

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2 \cdot L} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ m} = 0.0002 \text{ nm}$$

# El láser de pulso y sus modos

Con el ancho de la línea espectral del láser, esto tiene como resultado la aparición de 10 modos. Si todos los modos oscilan sin una relación de fase fija, hay un funcionamiento multimodal continuo.

Un láser con modos acoplados funciona con un principio diferente. Aquí es donde el láser de zafiro-titanio encuentra su aplicación. En este láser, un pulso de luz de muy corta duración recorre de ida y vuelta entre los espejos del resonador. El cristal de titanio:zafiro absorbe en el rango de 370-670 nm y es fluorescente a partir de 670-1100 nm. El cristal de zafiro comienza a emitir pulsos de luz por sí mismo al alcanzar una cierta intensidad de irradiación en su rango de absorción.



# El efecto del autoenfoque

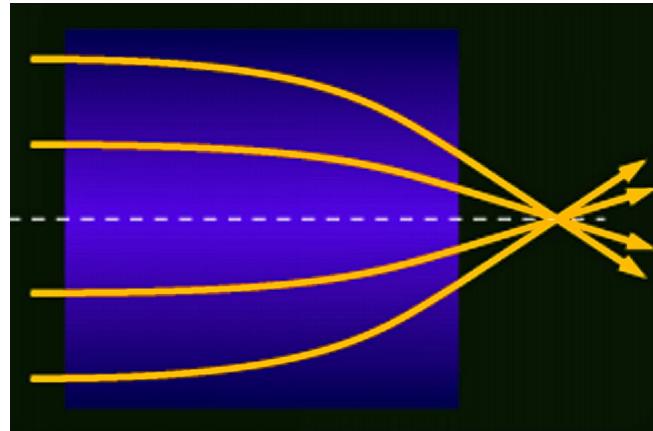
Un acoplamiento de los modos puede realizarse por altas densidades de energía mediante el efecto del autoenfoque. Si en un medio no lineal el índice de refracción  $n$  depende linealmente de la intensidad  $I$  de la luz (que se llama efecto Kerr)

$$n(I) = n_0 + n_K \cdot I$$

vale para un haz de luz con una distribución de intensidad gaussiana:

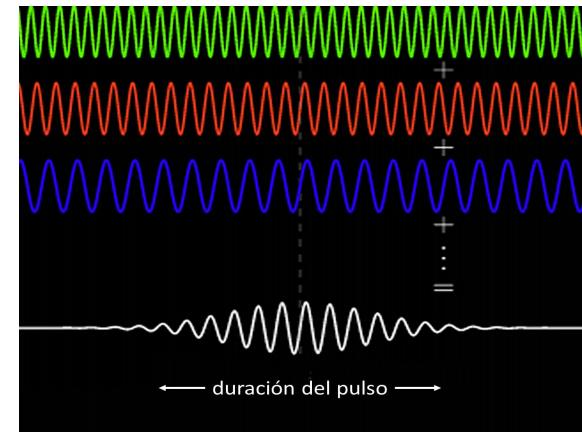
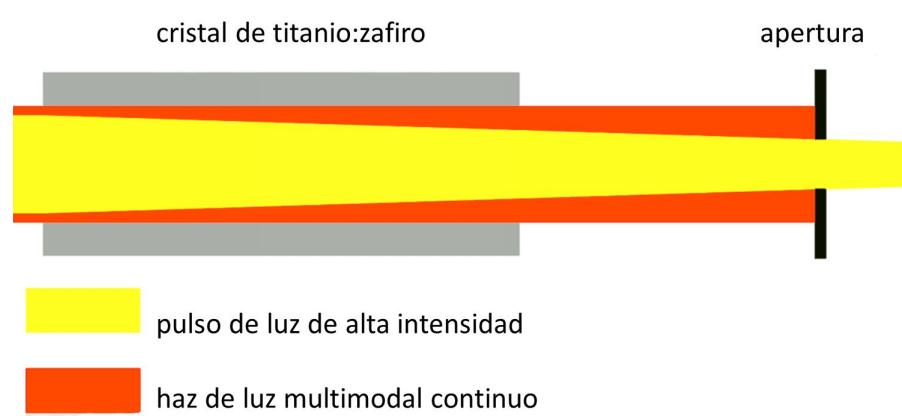
$$f = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{r^4}{n_K \cdot d \cdot P}$$

$f$ : distancia focal  
 $r$ : radio del haz de luz  
 $n_K$ : coeficiente Kerr  
 $d$ : espesor del medio  
 $P$ : potencia del láser



# El acoplamiento de los modos

Por altas intensidades, la luz pulsada tiene una gran potencia (amarillo en la imagen) y se enfoca más que la luz continua (rojo en la imagen). Una apertura en el resonador permite así la supresión del modo continuo, ya que el rayo continuo desenfocado pierde intensidad. El pulso de luz es favorecido energéticamente y así se estabiliza. No se forman ondas estacionarias entre los espejos, sino que se genera un pulso de luz circulante. Este acoplamiento sincroniza los modos, es decir, se superponen con una relación de fase fija. El resultado es un pulso de luz extremadamente corto con una duración en el rango de  $10^{-14}s$ .



# El ancho de banda del láser de pulso (1)

Cuando el pulso de luz pasa a través de los componentes ópticos ocurre dispersión, es decir, el pulso decae. Esto tiene como consecuencia que para mantener el pulso, la dispersión debe ser compensada con componentes adicionales como prismas. Las pérdidas por reflexión y absorción son recuperadas por el medio activo, el excitado cristal de titanio:zafiro. De esta manera, el pulso se mantiene y puede circular en el resonador todo el tiempo. Por lo tanto, este pulso es un solitón óptico (véase Lección 4). La interferencia constructiva de los modos con la relación de fase fija debido al acoplamiento de los modos y sin dispersión en el resonador resulta en un pulso de luz ultracorto. El ancho de banda de frecuencia se deriva del principio de incertidumbre. Esto establece que el producto del momento  $\Delta p$  y la localización  $\Delta x$  de una partícula no puede ser menor que la constante de Planck  $\hbar$ .

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$$

Con  $p = E/c$  la relación equivalente se aplica a la energía  $\Delta E$  y el tiempo  $\Delta t$ .

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

Con  $E = h \cdot \nu$  la relación equivalente se aplica a la frecuencia  $\Delta\nu$  y el tiempo  $\Delta t$ .

# El ancho de banda del láser de pulso (2)

$$\Delta\nu \cdot \Delta t \geq 1$$

Esta relación se utiliza a menudo en la ingeniería de las comunicaciones. Como ejemplo, no dice nada más que el tiempo de propagación de la señal debe ser superior a 1 s para medir una frecuencia de 1 Hz.

Para el ancho de banda de frecuencia del solitón se obtiene:

$$\Delta\nu \cong 10^{14} \text{ Hz}$$

Para la conversión de los intervalos de longitud de onda en frecuencia o viceversa, se diferencia la ecuación de la velocidad.

$$\begin{aligned} c &= \nu \cdot \lambda & \lambda &= \frac{c}{\nu} & \frac{d\lambda}{d\nu} &= -\frac{c}{\nu^2} \\ \Delta\lambda &= -\frac{c}{\nu^2} \cdot \Delta\nu & \Delta\lambda &= -\frac{\lambda}{\nu} \cdot \Delta\nu & \Delta\lambda &= -\frac{\lambda}{c} \cdot \Delta\nu \end{aligned}$$

# La modulación de la amplitud del espectro del láser

El tiempo de ida y vuelta  $T$  del pulso de luz en un resonador de longitud  $L$  es:

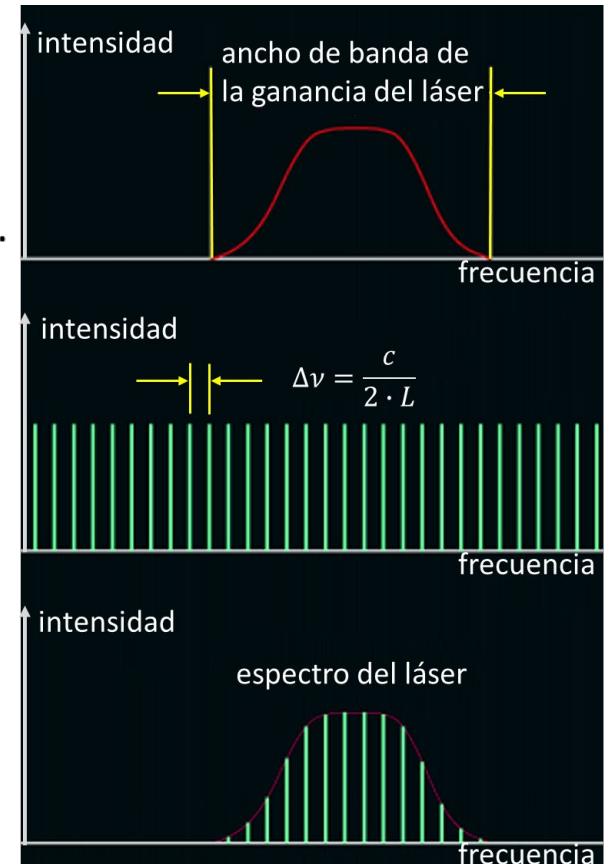
$$T = \frac{2 \cdot L}{c}$$

$c$ : velocidad de la luz

Para  $L = 0.50\text{ m}$  el tiempo de recorrido es de  $3.33\text{ ns}$ .

Si la potencia de la luz del láser de excitación se modula a  $300\text{ MHz}$ , lo que corresponde al tiempo de circulación de la luz en el resonador,  $\nu_{\text{repetición}}$ , se forman bandas laterales por este intervalo de frecuencia, como se conoce de la modulación de la amplitud. La modulación genera de forma correspondiente más bandas laterales, que se propagan todas con la misma fase en el conjunto del espectro de modos por intervalos de

$$\nu_{\text{repetición}} = \Delta\nu = \frac{c}{2 \cdot L}$$



# El láser de luz blanca

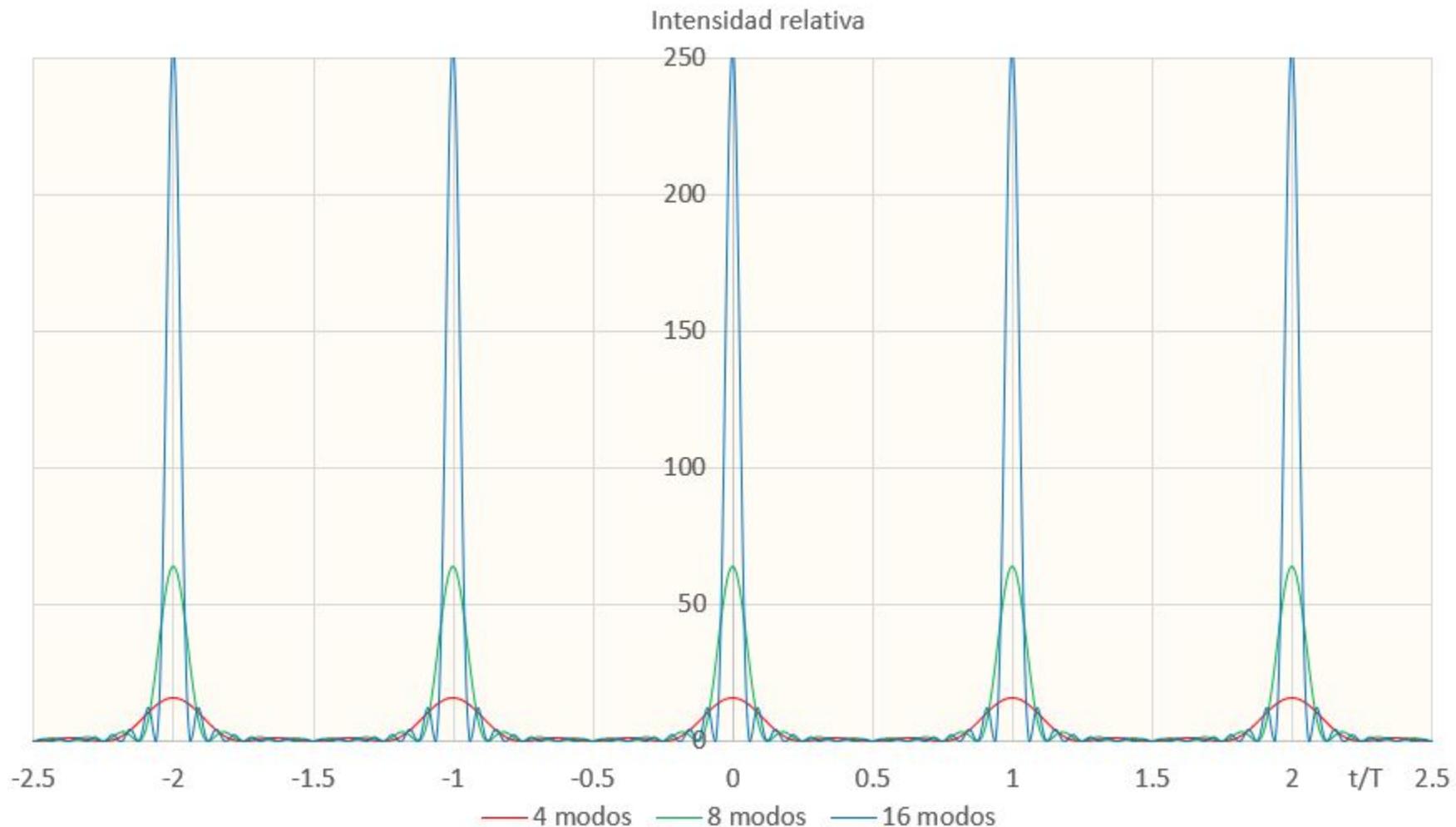
El número de modos para este rango de frecuencia resulta de la frecuencia de modulación.

$$n = \frac{\text{rango de frecuencia}}{\text{frecuencia de modulación}} = \frac{10^{14} \text{ Hz}}{300 \text{ MHz}} \approx 300\,000$$

Debido a la interferencia constructiva de los modos individuales, se forman pulsos extremadamente cortos por intervalos de  $3.33 \text{ ns}$ , es decir, el recíproco de la frecuencia de modulación de  $300 \text{ MHz}$ . Al igual que con una red óptica, la intensidad se calcula a partir de la interferencia multi haz. Para la red, se utiliza la distribución de la intensidad como función del espacio, y para la superposición de los modos, una representación como función del tiempo. Cada reducción a la mitad de la anchura resulta en un aumento de 4 veces la intensidad. Por intensidades extremas, el medio transmitido responde de forma no lineal.

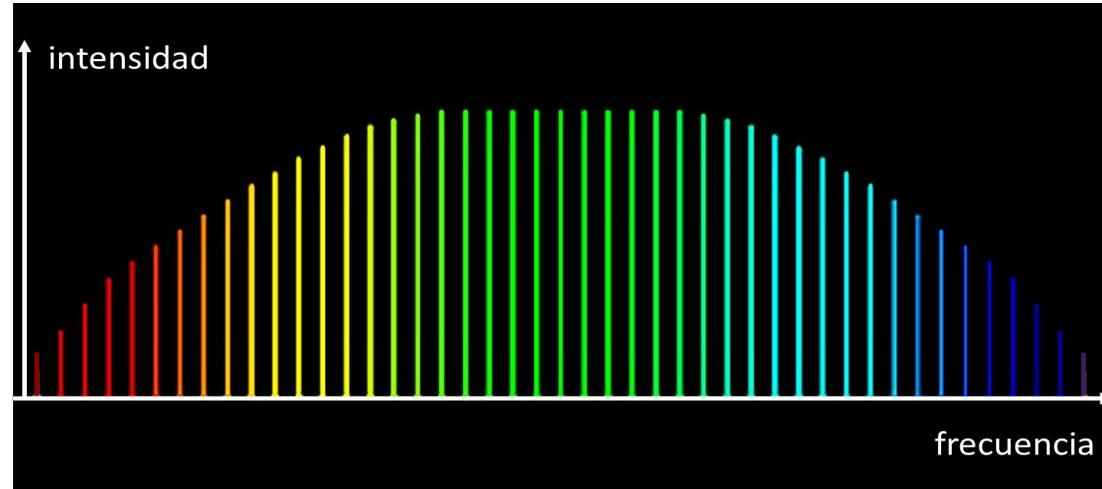
$$I_{\text{modos}}(t) \sim \frac{\left(\sin \frac{n \cdot \omega t}{2}\right)^2}{\left(\sin \frac{\omega t}{2}\right)^2} ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu_{\text{repetición}} ; \quad n = \text{número de modos}$$

# La intensidad de los modos de oscilación



# El peine de frecuencias ópticas

Estos efectos no lineales causan una ampliación del espectro. Con el láser de pulso Titán:Zafiro, se cubre así un rango de longitudes de onda desde 450 nm hasta 1200 nm. La luz emitida es un láser de luz blanca cuyo espectro consiste en muchos picos muy cercanos entre sí. De ahí el nombre: peine de frecuencias. Estas fuentes de luz también se llaman supercontinuo.

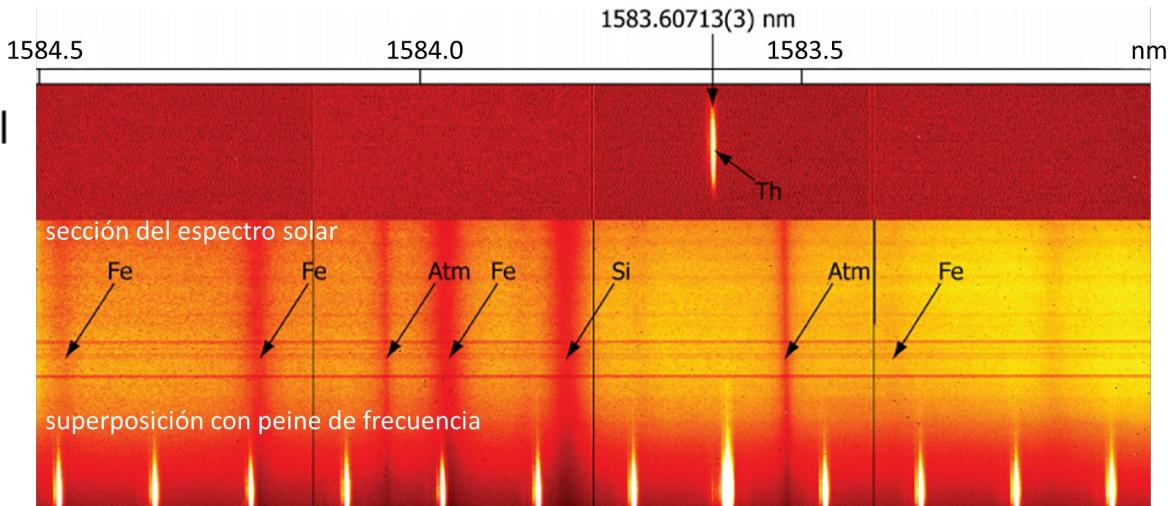


La frecuencia de un pico se calcula como:

$$\nu_m = \nu_{\text{offset}} + m \cdot \nu_{\text{repetición}} \quad ; \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

# Análisis espectral de la más alta precisión

Todo el espectro del peine está completamente determinado por 2 valores de frecuencia que pueden medirse fácilmente: la frecuencia de modulación,  $\nu_{repetición}$ , y un offset de frecuencia,  $\nu_{offset}$ , que indica la posición absoluta del peine con respecto al punto cero de la frecuencia. Si la luz de una línea espectral a medir cae sobre un fotodetector juntos con los modos de oscilación vecinos del peine de frecuencias, se producen 2 frecuencias de batimiento (véase Lección 4). El número de orden del modo  $m$  se determina espectroscópicamente de antemano. Por lo tanto, la medición de la frecuencia consiste en el hecho de que se reduce la frecuencia óptica a 3 radiofrecuencias,  $\nu_{repetición}$ ,  $\nu_{offset}$ ,  $\nu_{batimiento}$ , y el multiplicador  $m$ .



# El límite de resolución y sus aplicaciones

Con el peine de frecuencias como instrumento de alta precisión óptica, se puede lograr una resolución hasta  $1: 10^{12}$ . Con esto, los más pequeños movimientos de péndulo de las estrellas se hacen detectables, lo que permite deducir la existencia de planetas extrasolares.

Aparte de muchas otras aplicaciones, está surgiendo la posibilidad de analizar diferencialmente el corrimiento al rojo de galaxias distantes. Dentro de unos pocos años, esto proporcionará la primera evidencia experimental si la velocidad de expansión del universo está aumentando, disminuyendo o es constante. La dinámica del universo se hará accesible por la física mediante métodos experimentales y sustituirá los modelos cosmológicos especulativos utilizados hasta hoy.

