Lección 3: Procesos estáticos y dinámicos en gases y líquidos

Resumen

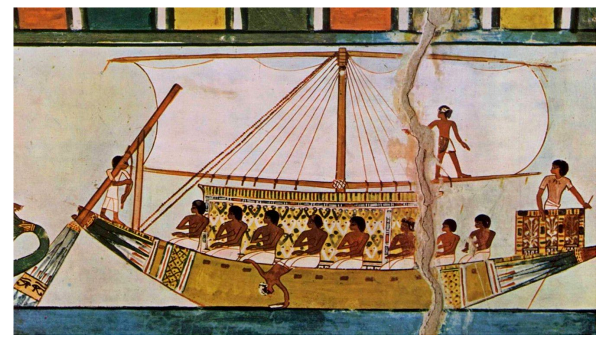
En presencia de flotabilidad o fuerzas centrífugas, las partículas de un flujo seguirán estas fuerzas. La viscosidad del medio actúa contra estas fuerzas. Sólo cuando se superen las fuerzas de viscosidad se producirán flujos laminares o turbulentos. Ciertos fenómenos se describen con cifras características. No existe una teoría uniforme. Ya que incluso el levantamiento del ala de un avión sólo puede describirse en facetas, la investigación básica sigue siendo necesaria.

Tabla de contenidos

Perspectiva general

Los gases y los líquidos muestran numerosos fenómenos en la naturaleza y la tecnología. Dan forma a la apariencia de la naturaleza por el movimiento de los continentes, la formación de paisajes y las formaciones de nubes. Su uso técnico permitió recorrer largas distancias por agua o aire para transportar personas y mercancías.

Desde simples barcos de vela hasta aviones supersónicos, todo parece haber sido investigado y entendido. Pero este no es de ninguna manera el caso. Sólo hay unas pocas leyes y ninguna teoría uniforme. El conocimiento que falta todavía es sustituido por fórmulas y cifras empíricas. En los capítulos siguientes se presentan experimentos y ejemplos técnicos para comprender y aplicar el sentido de algunas cifras importantes seleccionadas.



El globo de aire caliente (1)

Un globo de aire caliente se eleva porque el aire calentado dentro del globo reduce su densidad y crea elevación. Esto también ocurre en los líquidos y se conoce como el principio de Arquímedes.

¿Por qué se infla el globo aunque esté abierto en la parte inferior, es decir, la presión interna es idéntica a la presión externa?

La explicación es que la presión atmosférica disminuye con el aumento de la altitud. Esto puede ser calculado asumiendo que la disminución de la presión es proporcional a la altitud. Por simplicidad, la temperatura de la atmósfera se considera constante.

$$-dp_a = \rho(a) \cdot g \cdot da$$

p_a: la presión en la altura a

$\rho(a)$: densidad del aire en la altura a

g : la aceleración de la gravitación

$\rho(a) \cdot g$: el peso

Según las leyes del gas vale: $\frac{\rho_a}{\rho_0} = \frac{p_a}{p_0}$

El globo de aire caliente (2)

Ecuación diferencial: $\frac{dp_a}{p_a} = -\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot da$

Integración: $\ln(p_a) = -\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot a + \ln(p_0)$

$$\ln\left(\frac{p_a}{p_0}\right) = -\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot a$$

Forma exponencial: $p_a = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot a}$

Las constantes:

ρ_0 = 1.2 kg/dm³

g = 9.8 m/s²

$\rho_0 \cdot g$ = peso de aire

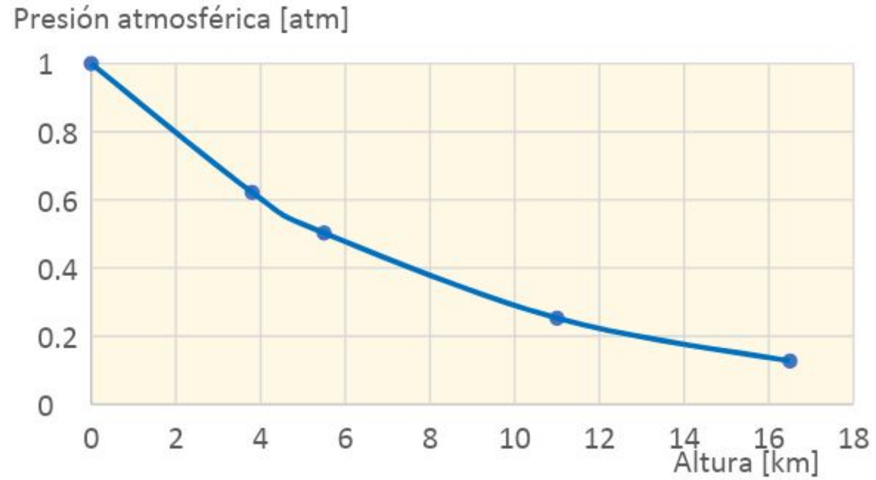
p_0 = 1 atm

dan como resultado la llamada altura de escala $a_e = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g}$ = 8 km

El globo de aire caliente (3)

$$p_a = p_0 \cdot e^{-\frac{a[km]}{8[km]}}$$

Con cada aumento de 5.5 km de altitud la presión del aire se reduce a la mitad. A la altura del lago Titicaca la presión parcial de oxígeno es aproximadamente 60%.



Todos los resultados se basan en la compresibilidad de los gases (aire).

Por el contrario, los líquidos se consideran incompresibles.

En los procesos de flujo, los líquidos pueden ser tratados como gases siempre y cuando las velocidades de flujo no sean mayores que una tercera parte de la velocidad del sonido.

El flujo de líquido (1)

Se observa el flujo de un líquido a través de una tubería. Se deriva la capacidad de flujo, es decir, la cantidad/tiempo que puede fluir. Para que se produzca un flujo, tiene que existir una diferencia de presión. En el contacto directo de la pared la velocidad del flujo es cero debido a la fricción. La velocidad máxima está en el eje de simetría del tubo.

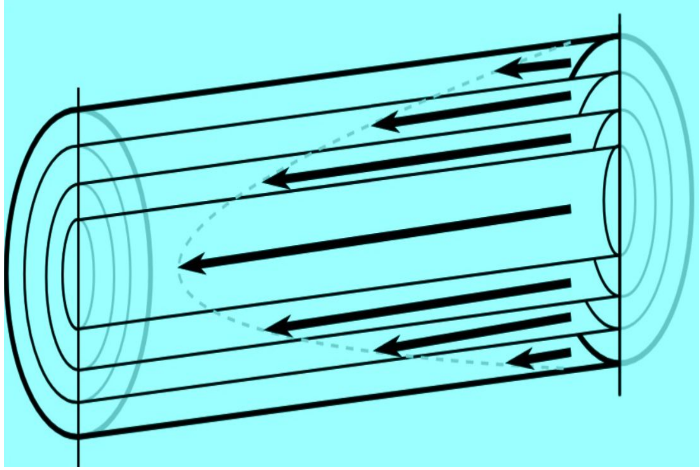
r : el radio, $r_{\text{máximo}} = R$

l : la longitud del tubo

F : la fuerza

A : el área

η : la viscosidad



cilindro de flujo : $A = 2\pi r l$

presión = fuerza/área : $F = (p_1 - p_2) \cdot r^2 \pi$

fuerza en el flujo : $F = \eta \cdot A \cdot \left(-\frac{dv}{dr}\right)$

La velocidad del flujo disminuye hacia el borde de la tubería.

El flujo de líquido (2)

Equilibrio de fuerzas: $(p_1 - p_2) \cdot r^2\pi = \eta \cdot 2\pi r l \cdot \left(-\frac{dv}{dr}\right)$

Ecuación diferencial: $dv = -\frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{2\eta} \cdot r dr$

Integración: $v = -\frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{4\eta} \cdot r^2 + C\ (constante\ de\ integración)$

Const. de integración: $v(R) = 0 \quad \rightarrow \quad C = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{4\eta} \cdot R^2$

Insertar C: $v = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{4\eta} \cdot (R^2 - r^2)$

El perfil de velocidad en el tubo es un paraboloide.

Anillo de la sección transversal: $dA = 2\pi r dr$

Longitud del flujo (t: tiempo): $v \cdot t$

Elemento de volumen: $dV = 2\pi r dr \cdot v \cdot t$

Insertar v: $dV = 2\pi r dr \cdot t \cdot \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{4\eta} \cdot (R^2 - r^2)$

El flujo de líquido (3)

Integración: $$V = \frac{(p_1 - p_2) \cdot \pi \cdot t}{2\eta \cdot l} \cdot \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r dr$$

$$V = \frac{(p_1 - p_2) \cdot \pi \cdot t}{8\eta \cdot l} \cdot R^4$$

Capacidad: $$\frac{V}{t} = \frac{(p_1 - p_2) \cdot \pi}{8\eta \cdot l} \cdot R^4$$

Este resultado se llama la ley de Hagen-Poiseuille.

La deducción vale si las líneas de corriente en un fluido no muestran curvas cerradas. El término para esto es un flujo laminar. Los flujos no laminares se denominan turbulentos. La relación es importante para el diseño de sistemas de irrigación y tuberías (de petróleo o gas), ya que la cantidad de fluido transportado por tiempo es proporcional al diámetro de la cuarta potencia.

La paradoja hidrodinámica (1)

Si la sección transversal de un tubo se angosta en un líquido de flujo laminar, la presión estática se reduce. Las características de presión se deriva de la ley de conservación de la energía. Para simplificar, se omiten las pérdidas de fricción.

Energía (leyes del gas): $E_1 = p \cdot V$

Energía cinética: $E_2 = \frac{1}{2}mv^2$

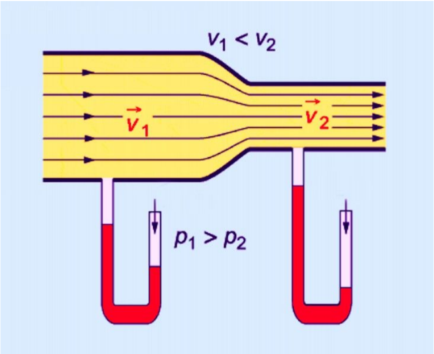
Variación en p, v: $\Delta E_1 = (p_1 - p_2) \cdot V$ $\Delta E_2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

Equilibrio de energía: $(p_1 - p_2) \cdot V = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

Densidad específica: $\rho = \frac{m}{V}$

Separado por la posición 1, 2: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = constante = p_0$

La fórmula general se llama la ecuación de Bernoulli. Indica que cuando la velocidad de flujo es alta (= presión dinámica) la presión estática disminuye porque la presión total es constante.

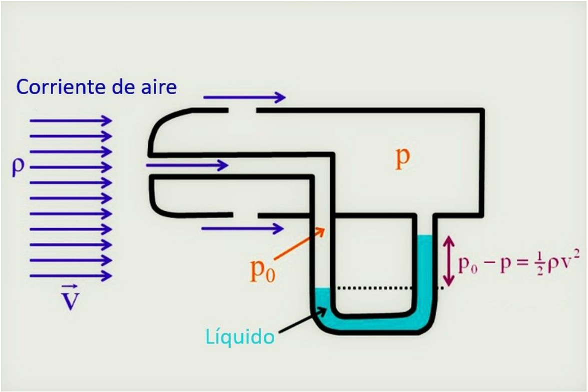


Medición de la velocidad diferencial

Esta ecuación no sólo explica numerosos fenómenos de la naturaleza, sino que también tiene muchas aplicaciones técnicas.

Por ejemplo, un tornado succiona objetos del área circunvecina debido a la presión baja causada por la rápida rotación de la columna de aire.

En el caso de las aeronaves con velocidades relativamente altas, la medición precisa con respecto de las corrientes del aire atmosférico es muy importante. Si la velocidad diferencial se aproxima a la velocidad del sonido, el flujo laminar puede alcanzar una turbulencia y la aeronave puede estrellarse. El llamado tubo pitot de Prandtl se aplica para medir la velocidad diferencial. Como ejemplo numérico, una diferencia de altura de una columna de agua de 5 cm resulta en una velocidad de 1 m/s. En vez de una columna de líquido, hoy en día se utilizan sensores de presión y la señal se procesa electrónicamente.



Cifras importantes de fluidos (1)

La transición de un flujo laminar a un flujo turbulento se describe con el llamado cifra de Reynolds Re. Su valor numérico describe el comportamiento de un fluido con respecto a su inercia y viscosidad.

$$Re = \frac{d \cdot \rho \cdot v}{\eta}$$

d: longitud característica
ρ: densidad del medio (fluido)
v: velocidad promedio del flujo
η: viscosidad del medio (fluido)

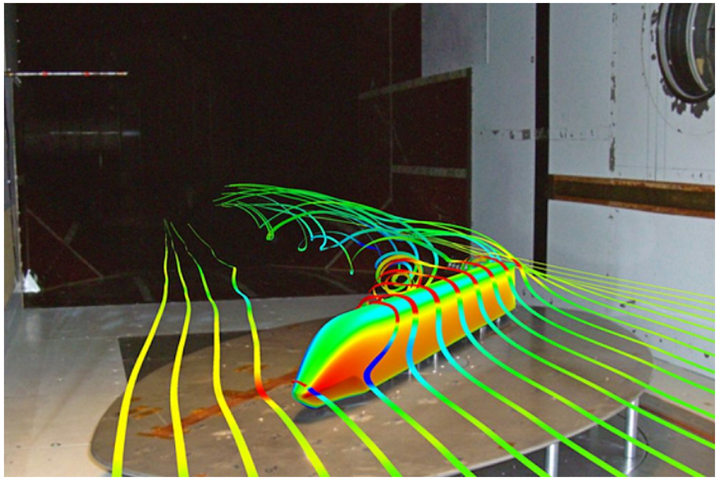
A veces se utiliza un valor numérico crítico para la magnitud Re (sin dimensión) a partir del cual puede iniciarse el cambio de un flujo laminar a uno turbulento.

$$flujo\ laminar < Re \approx 1200 < flujo\ turbulento$$

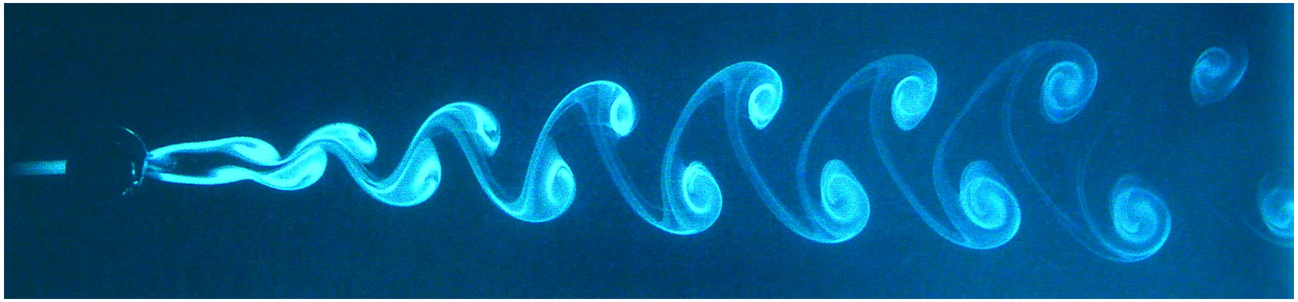
Prácticamente siempre hay una zona de transición, que también depende de la geometría.

Cifras importantes de fluidos (2)

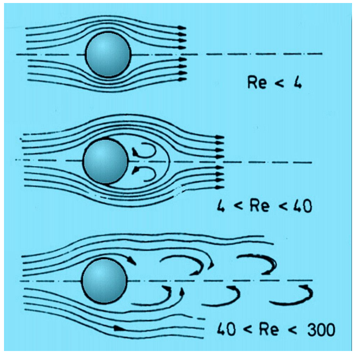
La importancia del cifra de Reynolds en la teoría de la similitud es particularmente importante.
Si se examina un modelo de escala de una aeronave o un vehículo en un túnel de viento, el valor del número de Reynolds del original y del modelo debe ser igual para obtener un campo de flujo similar. En la práctica, esto significa que si un modelo se reduce a 1/100, la relación $\frac{v}{\eta}$ debe aumentarse por el mismo factor 100.

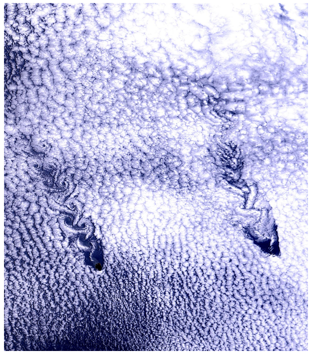


Cifras importantes de fluidos (3)



Si un flujo laminar encuentra un obstáculo, pueden formarse vórtices si la velocidad es suficiente. A mas grandes velocidades, es decir, a un número más alto de Reynolds, los vórtices se aflojan y forman una llamada calle de vórtices. En la meteorología esto se puede observar y se llama la calle del vórtice de Kármán. Las islas en el océano o también las cumbres de las montañas son obstáculos y pueden causar la formación de calles de vórtice de Kármán en fuertes corrientes de aire.





Cifras importantes de fluidos (4)

La frecuencia de separación de los vórtices puede determinarse aproximadamente con la cifra de Strouhal, Sr.

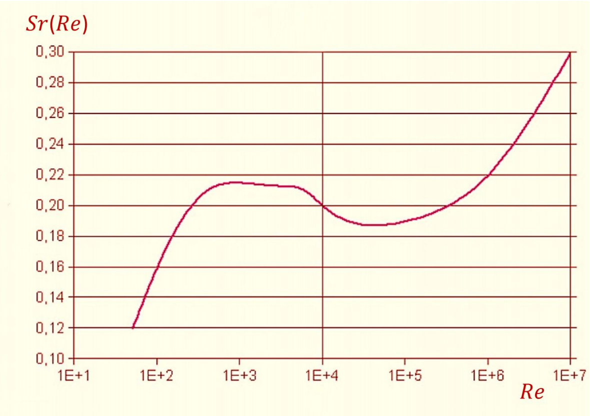
$$Sr = \frac{\nu \cdot L}{v}$$

ν: Frecuencia de liberación de vórtices
L: Tamaño del obstáculo alrededor del cual se produce el flujo
v: Velocidad del flujo

El gráfico muestra el número de Strouhal Sr como función del número de Reynolds Re para un obstáculo cilíndrico. Para aplicaciones prácticas se puede utilizar un número promedio de Strouhal: $Sr = 0.20$

Cuando un viento sopla con una velocidad de 54 km/h a través de cables con un diámetro de 1 cm de los postes de electricidad, se puede escuchar el canto de los cables.

$$\nu = \frac{0.2 \cdot 15}{0.01} \cdot \frac{1}{s} = 300\ Hz$$



Cifras importantes de fluidos (5)

Si las fuerzas debidas a la viscosidad son prácticamente nulas, los estudios de modelos de flotación pueden realizarse sin problemas. Típicamente esto se aplica a los modelos de naves. Para lograr condiciones de flujo comparables en tales experimentos con respecto a las olas, la cifra de Froude Fr debe ser igual.

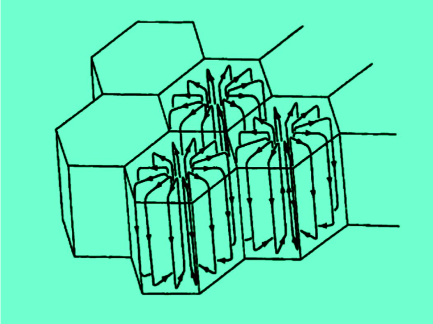
$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot L}$$

v: velocidad del flujo
g: constante gravitacional
L: longitud característica (longitud del casco)
Ejemplo numérico: Con un modelo de 1:100, la velocidad del flujo tiene que ser reducida por un factor de 10.

Cifras importantes de fluidos (6)

Si la temperatura en la parte inferior es mayor que en la parte superior en el campo gravitacional, se pueden formar vórtices. Si la superficie está libre, se forman células hexagonales. Estas son llamadas células de Bénard, que aparecen en la naturaleza como columnas de basalto solidificadas. El comienzo de la convección se describe mediante la cifra de Rayleigh.

$$Ra = \frac{\beta \cdot g \cdot (T_1 - T_2) \cdot h^3}{\eta \cdot k}$$



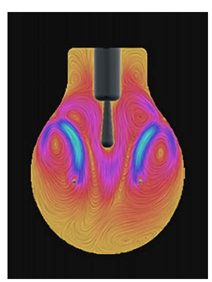
β: coeficiente de expansión térmica
g: constante gravitacional
$T_1 - T_2$: diferencia de temperatura de arriba – abajo
h: altura de la capa (columna)
η: viscosidad
k: conductividad térmica

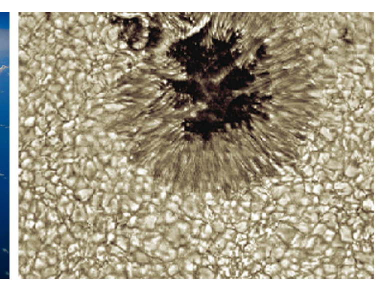
Cifras importantes de fluidos (7)

Hay un valor numérico crítico del número de Rayleigh, a partir del cual el intercambio de calor se intensifica por convección, es decir, la formación de vórtices.

$$conducción\ de\ calor < Ra \approx 1700 < \ convección$$

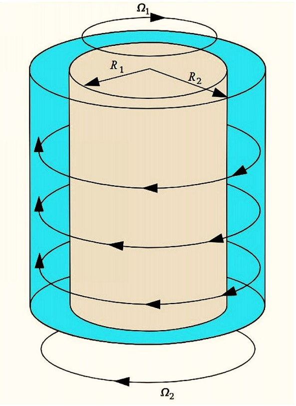
Numerosas apariciones de nubes (cumulonimbos) son causadas por convección. Una célula de convección (célula de Bénard) es un patrón de flujo en muchos sistemas de convección. Una parte del volumen ascendente típicamente pierde calor porque se encuentra con una superficie más fría. Las células de convección son visibles en una olla de agua o café caliente, una bombilla, formaciones de nubes o incluso como granulación en la superficie de estrellas como el sol.



Cifras importantes de fluidos (8)

En lugar de causas térmicas, también pueden formarse vórtices entre cuerpos en rotación debido a las fuerzas centrifugadas. La aparición de vórtices se describe con la cifra de Taylor Ta.

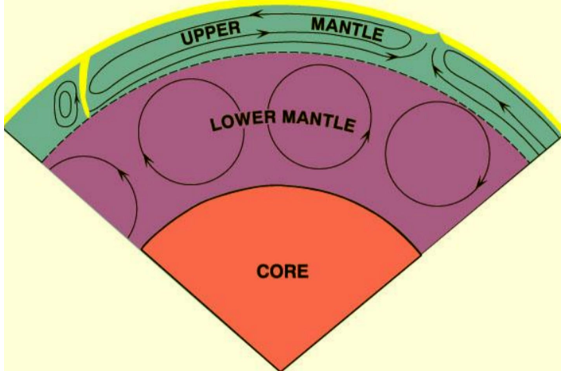


$$Ta = 4 \cdot \left(\frac{\omega}{\eta}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \frac{(R_e - R_i)^3}{R_e + R_i}$$

ω: frecuencia angular
η: viscosidad
R_i: radio interior
R_e: radio exterior
Existe una relación con el número de Rayleigh Ra y una similitud con el número de Taylor Ta. La altura de la capa h y el ancho de la separación $(R_e - R_i)$ entran con la 3ª potencia. Esto es muy importante para las aplicaciones técnicas en forma de cuerpos móviles o giratorios para asegurar que una película lubricante no se interrumpa. Como indicación de la formación de los vórtices, vale:
para una distancia pequeña: $flujo\ laminar < Ta \approx 3500 < flujo\ turbulento$
para una distancia grande: $flujo\ laminar < Ta \approx 6200 < flujo\ turbulento$

La deriva continental

Las células de convección también pueden ser asumidas en el manto de la Tierra, debido a la gran diferencia de temperatura entre el núcleo de la Tierra y la corteza. También se utilizan para explicar la fuerza motriz de la deriva continental. Esta interpretación no es ciertamente correcta, porque la energía proporcionada por la convección no es suficiente para empujar las placas de roca con un espesor de casi 100 km. La única explicación que tiene sentido desde un punto de vista energético se basa en la idea de los puntos calientes ascendentes (hot spot) del núcleo líquido de la Tierra. Esto es la fuente que proporciona la enorme presión necesaria para separar simétricamente paquetes de rocas más pequeños en franjas. Queda mucho por explorar en esta área para comprender mejor los procesos dinámicos de la corteza terrestre.



Cavitación (1)

Cuando se reduce la presión de un líquido, normalmente agua, se forman burbujas de vapor de agua. Una reducción de la presión puede ser producida no sólo estáticamente sino también dinámicamente por objetos de rápida rotación en el agua. Debido a su menor densidad, tales regiones se hacen visibles como cavidades en el líquido que la rodea, lo que se llama cavitación. La cavitación comienza cuando la cifra de cavitación σ se acerca a cero o menos.

$$\sigma = \frac{p - p_v}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2}$$

p: presión estática del flujo

p_v: presión de vapor del fluido

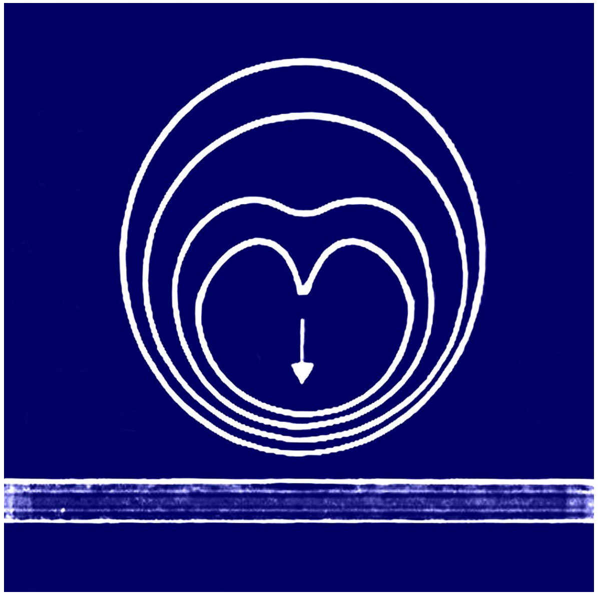
ρ: densidad del líquido

v: velocidad del flujo

Cavitación (2)

A medida que la presión aumenta, las burbujas de vapor colapsan, haciendo ruido y emitiendo luz. Este fenómeno puede observarse como sonoluminiscencia. Las burbujas cercanas al objeto en movimiento se colapsan asimétricamente, y la burbuja que se cae forma un chorro de líquido (= micro-jet) que golpea el objeto a gran velocidad. La presión resultante en una burbuja que colapsa se deriva de

$$p_{max} = p_0 \cdot \left(\frac{r_0}{r_{min}}\right)^{3k} \approx 4000\ bar$$



p_0: 15 Torr (agua)
r_0: 1 mm (radio burbuja)
r_{min}: 10 – 100 µm (radio 50 µm)
k: 1.4 (coeficiente adiabático)

Cavitación (3)

La presión máxima es extremadamente corta y causa una gran concentración de energía en el tiempo y el espacio, que se irradia al medio ambiente como una onda de choque.

$$Medio\ ancho\ \Delta t \approx 1.2 \cdot r_{min} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{agua}}{p_{max}}} \leq 100\ ns$$

Esto también puede conducir a la formación de relámpagos (radiación térmica), ya que la compresión adiabática del gas en una burbuja que colapsa causa un aumento de la temperatura.

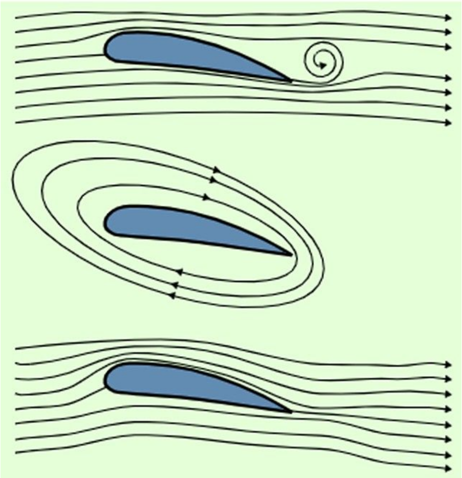
$$T_{max} = T_0 \cdot \left(\frac{r_0}{r_{min}}\right)^{3\cdot(k-1)} \approx 10000\ K$$

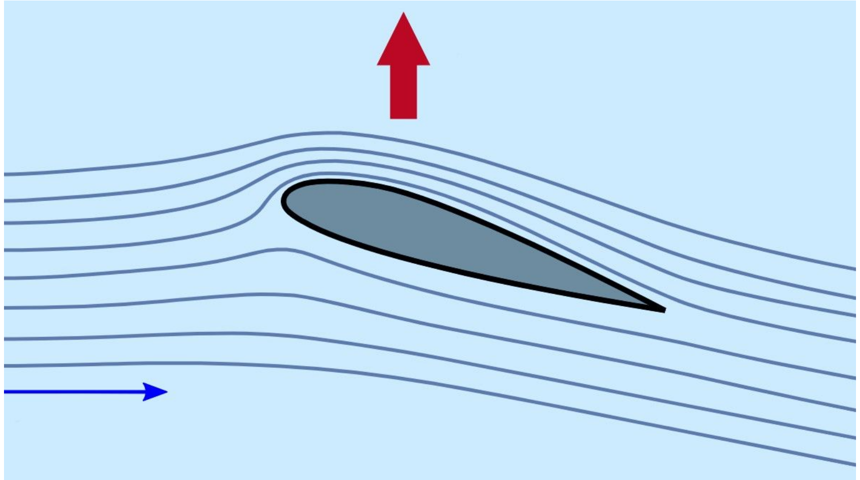
T_0: temperatura (300 K)

En aplicaciones técnicas prácticas como las hélices de los barcos, las bombas de agua, etc., es importante que la velocidad de rotación no sea demasiado alta para evitar la cavitación.

¿Por qué pueden volar los aviones (1)?

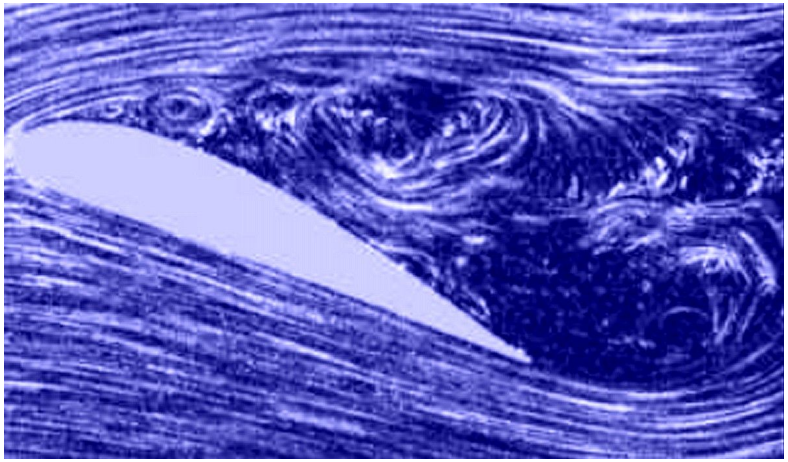
Para que una aeronave se levante, el aire debe fluir alrededor del ala. Se forma un vórtice al final del ala. Según la ley de conservación del momento angular, hay un nuevo vórtice alrededor del ala con una dirección de rotación opuesta. Como resultado, las líneas de corriente por encima del ala son más densas, es decir, el aire pasa más rápido. En la parte inferior es exactamente lo contrario. Según la ley de Bernoulli, el flujo más rápido causa una baja presión estática y las alas sienten una fuerza hacia arriba.

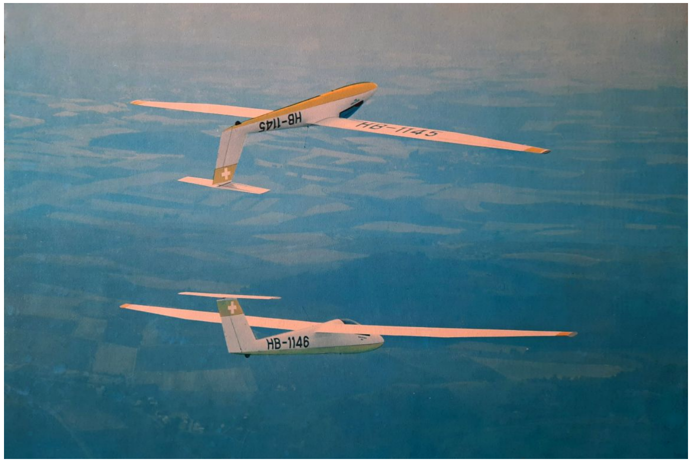




¿Por qué pueden volar los aviones (2)?

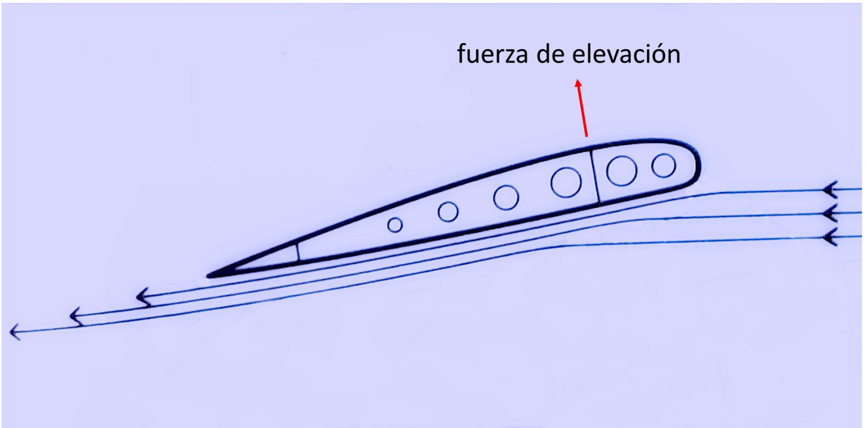
Esta fuerza depende no sólo del perfil, sino también del ancho de las alas, el ángulo de ajuste y la velocidad del flujo de aire. Si los valores no coinciden, el flujo laminar se interrumpe y se pierde la elevación, es decir, el avión se estrellará. La presión baja en la punta del borde superior del ala puede ser medida, pero de ninguna manera explica por qué el avión se mantiene en el aire. Como es bien conocido, los pilotos artísticos pueden volar un avión en su espalda sin que se estrelle. Aquí el principio de Bernoulli falla completamente.





¿Por qué pueden volar los aviones (3)?

Como explicación de la fuerza de empuje se utiliza la tercera ley de Newton. Cuando el aire choca con un ala y ésta se desvía hacia abajo, se genera una fuerza de la misma magnitud en la dirección opuesta, que eleva el ala. Esta consideración funciona para perfiles de cualquier forma. Lo importante es el ángulo de ajuste, que también permite el vuelo en su espalda. Sin embargo, con la 3ª ley de Newton, la cuestión del origen de la presión baja sobre el ala sigue sin respuesta.



La naturaleza como referencia

Hasta hoy no hay una teoría unificada para describir la fuerza del levantamiento del ala bajo diferentes condiciones. Se utilizan fórmulas empíricas y cifras esenciales para optimizar las características de vuelo, como la velocidad y la elevación, en cuanto a la energía (queroseno) que se debe gastar. Por lo tanto, parece importante tratar los fundamentos de la física una y otra vez, aunque superficialmente las aplicaciones parecen funcionar. Evidentemente todavía falta mucho cuando se observa a los pájaros o a las libélulas durante sus maniobras de vuelo. Frenar o flotar en el aire y atravesar las curvas casi en ángulo recto con el menor gasto de energía posible es un desafío que la naturaleza nos presenta cada día.