

# ANÁLISIS DE SISTEMAS DINÁMICOS DE PARÁMETROS MÚLTIPLES

Curso

Dr. Herbert Ruefer

# Contenido del curso

- Lección 1: Comportamiento de sistemas dinámicos
- Lección 2: Análisis de un sistema dinámico
- Lección 3: Relaciones de entrada y salida de sistemas dinámicos
- Lección 4: Análisis de sistemas digitales
- Lección 5: Extracción de minerales
- Lección 6: Transmisión de datos vía satélite
- Lección 7: Sistemas digitales con 2 índices de SNR
- Lección 8: Sistemas con 2 señales
- Lección 9: Pérdida y regeneración de datos
- Lección 10: Sistemas no lineares
- Lección 11: Análisis de un sistema nonlinear
- Lección 12: Sinopsis y suplementos

# Lección 1: Comportamiento de sistemas dinámicos

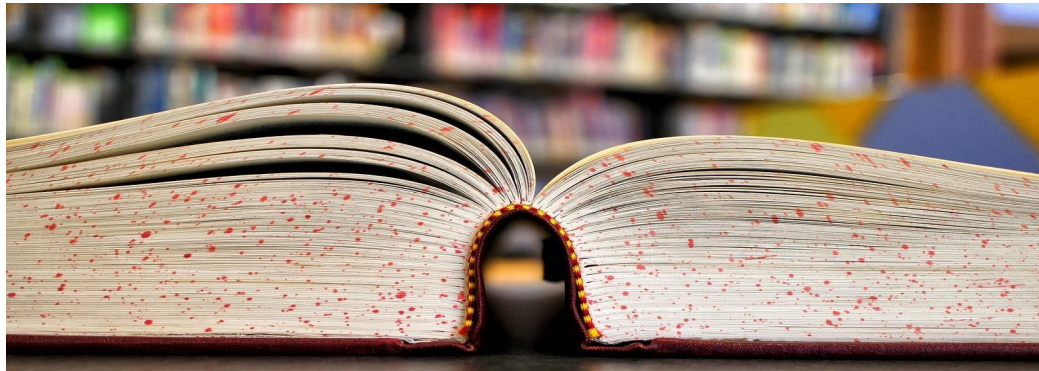
## Resumen

Una extensión de un enfoque estático por una dimensión puede interpretarse como un comportamiento dinámico. Esto hace que la función de cada sistema dinámico de las más diversas áreas sea accesible para realizar un análisis de sus parámetros.

## Tabla de contenidos

- Folio 4: Consideraciones previas
- Folio 5: Transformación de energía
- Folio 6: Visualización de un sistema dinámico
- Folio 7: Sistema dinámico ideal y real
- Folio 8: Descripción de un sistema dinámico
- Folio 9: Derivación de fórmulas matemáticas I
- Folio 10: Derivación de fórmulas matemáticas II
- Folio 11: SNR de un sistema dinámico
- Folio 12: Características particulares

# Consideraciones previas



El curso sobre el análisis de sistemas dinámicos se ha desarrollado a partir de los conocimientos del curso básico. Se recomienda fervientemente repetir el contenido del curso de análisis de sistemas estáticos.

Es importante estar familiarizado con los términos SNR, matrices o arrays ortogonales (Ortogonal Array, OA) y el concepto de un sistema ideal.

De este modo, prácticamente todos sistemas de los más diversos áreas son accesibles para un análisis de los efectos de los parámetros.

# Transformación de energía



Los sistemas controlados por una señal de entrada generan la correspondiente respuesta del sistema.

Entrada: Energía térmica, mecánica, electromagnética, u otras formas de energía

Salida: Energía cinética, acústica, química, u otras formas de energía

Dado que se representa un rango completo en lugar de un valor unitario, esto se denomina comportamiento dinámico.

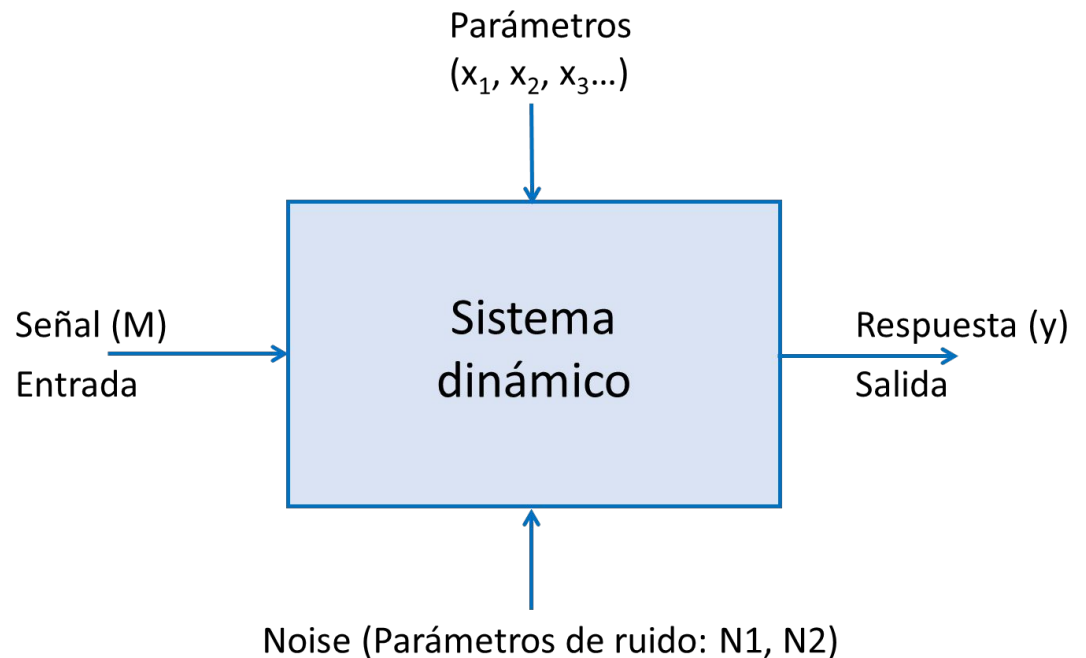
$$\text{Energía}_{\text{entrada}} \sim \text{Energía}_{\text{salida}}$$

Únicamente existen sistemas dinámicos. Sólo en una vista limitada reducida a 1 valor numérico fijo (blanco, target), un sistema aparece estático.

# Visualización de un sistema dinámico

A diferencia de los sistemas estáticos, la vista dinámica tiene una señal de entrada. En primer lugar se asume una función de transferencia lineal, es decir, la respuesta ( $y$ ) de la salida se cambia proporcionalmente con la señal ( $M$ ) de la entrada.

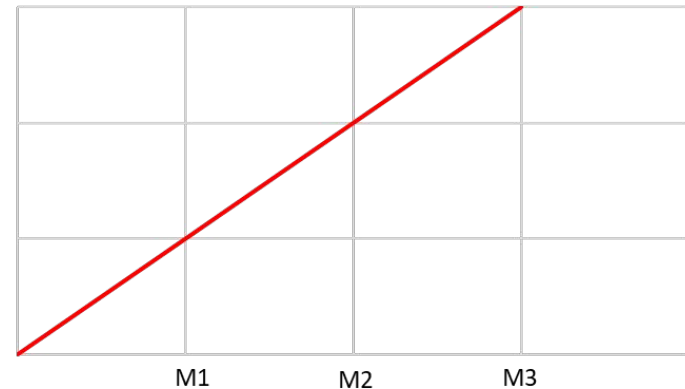
$$y = \beta M$$



# Sistema dinámico ideal y real

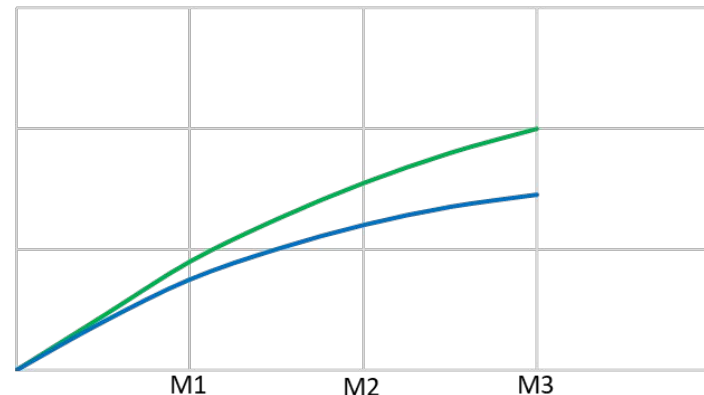
En un sistema sin pérdidas, toda la energía de la entrada se transfiere a la salida. La pendiente  $\beta$  es el coeficiente de sensibilidad o factor de amplificación y representa la eficiencia. En el caso de un **sistema ideal**, la eficiencia es 100%. En un **sistema real** hay pérdidas por fricción, calentamiento, absorción, etc. La eficiencia de la conversión de energía es siempre inferior al 100%.

Salida: Response y



Entrada: Señal M

Salida: Response y



Entrada: Señal M

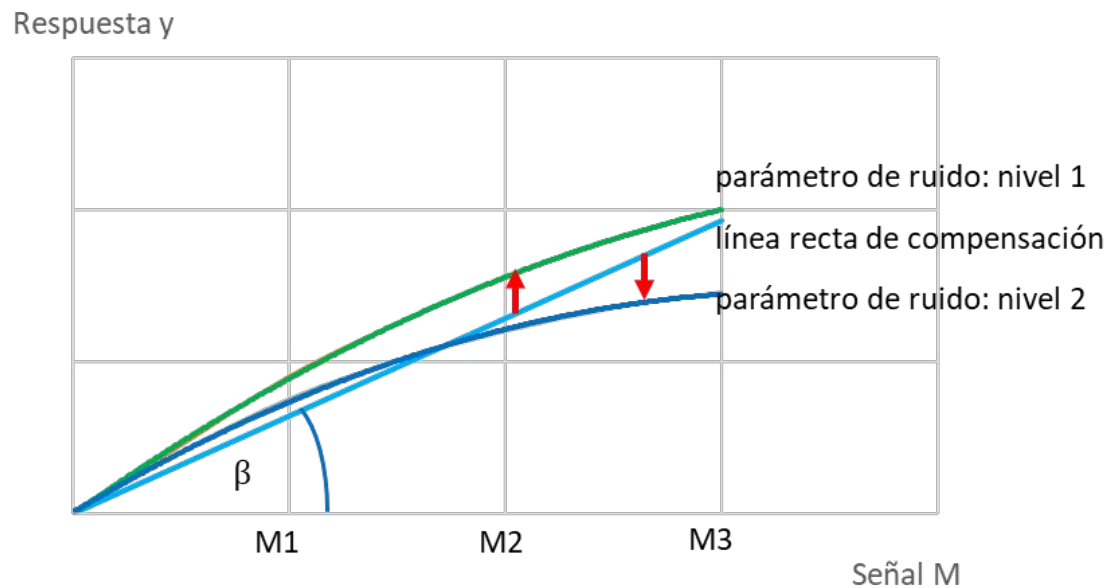
# Descripción de un sistema dinámico

Las características de un sistema dinámico se determinan mediante:

**dispersión** -> lo más pequeña posible para una máxima precisión

**linealidad** -> lo más grande posible para un control preciso de la respuesta

**pendiente** -> lo más grande posible para lograr la máxima eficiencia





# Derivación de fórmulas matemáticas I

La pendiente de la línea recta de compensación (método de mínimos cuadrados):

$$(y_1 - \beta M_1)^2 + (y_2 - \beta M_2)^2 + \cdots + (y_n - \beta M_n)^2 = \text{mínimo}$$

$$\frac{dy}{d\beta} [(y_1 - \beta M_1)^2 + (y_2 - \beta M_2)^2 + \cdots + (y_n - \beta M_n)^2] = 0$$

$$2(y_1 - \beta M_1)(-M_1) + 2(y_2 - \beta M_2)(-M_2) + \cdots + 2(y_n - \beta M_n)(-M_n) = 0$$

$$\beta(M_1^2 + M_2^2 + \cdots M_n^2) = y_1 M_1 + y_2 M_2 + \cdots + y_n M_n$$

$$\beta = \frac{y_1 M_1 + y_2 M_2 + \cdots + y_n M_n}{M_1^2 + M_2^2 + \cdots + M_n^2}$$

# Derivación de fórmulas matemáticas II

Dispersión o desviación estándar cuadrado para un sistema dinámico:

Suma de los cuadrados de las desviaciones de los valores reales (experimentales) de la línea recta de compensación

$$\sigma^2 = \frac{(y_1 - \beta M_1)^2 + (y_2 - \beta M_2)^2 + \dots + (y_n - \beta M_n)^2}{n}$$

Factor dimensional

Segundo momento de los valores de la señal

$$S_2 = \frac{1}{n} (M_1^2 + M_2^2 + \dots + M_n^2)$$

# SNR de un sistema dinámico

Los términos matemáticos del sistema estático se sustituyen analógicamente por los términos del sistema dinámico

Sistema estático	Sistema dinámico
$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$	$\beta = \frac{y_1 M_1 + y_2 M_2 + \dots + y_n M_n}{M_1^2 + M_2^2 + \dots + M_n^2}$
$\sigma^2 = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{(y_1 - \beta M_1)^2 + (y_2 - \beta M_2)^2 + \dots + (y_n - \beta M_n)^2}{n}$
	$S_2 = \frac{1}{n} (M_1^2 + M_2^2 + \dots + M_n^2)$
$\frac{S}{N} = \frac{\bar{y}^2}{\sigma^2}$	$\frac{S}{N} = \frac{\beta^2}{\sigma^2} S_2$

# Características particulares

Tanto S/N como SNR son términos sin dimensión. En los sistemas estáticos esto se garantiza con el cociente  $\frac{\bar{y}^2}{\sigma^2}$ .

En el caso de los sistemas dinámicos, esto requiere la introducción del factor dimensional  $S_2$ . Si los valores numéricos de las señales de los experimentos que se quieren comparar son diferentes o distintos en número,  $S_2$  compensa las desviaciones y garantiza una evaluación objetiva.

Los sistemas dinámicos se evalúan siempre con el índice SNR y el índice de la sensibilidad SEN. SEN es la forma logarítmica de la pendiente cuadrado y indica el factor de amplificación o la eficiencia de las conversiones de energía.

$$SNR = 10 \log \left( \frac{\beta^2}{\sigma^2} S_2 \right)$$

$$SEN = 10 \log(\beta^2)$$